Tome 20 N° 12 DÉCEMBRE 1959

LE JOURNAL DE PHYSIQUE
ET
LE RADIUM

LA DURÉE DE VIE DU PREMIER ÉTAT EXCITÉ DE ^{25}Mg ET LE MODÈLE COLLECTIF

Par G. R. BISHOP, M. A., D. Phil., et P. KOSSANYI-DEMAY
Laboratoire de Physique de l'École Normale Supérieure.

Résumé. — On a mesuré la durée de vie du premier état excité de ^{25}Mg par la méthode de recul du noyau résiduel excité suivant la réaction ^{25}Mg(p, p')^{25}Mg*. La valeur obtenue, $(2 < \tau < 4) \times 10^{-9}$ secs, est comparée avec celle prévue par le modèle collectif. On discute aussi une modification aux calculs de Nilsson qui permet un meilleur accord avec le schéma des niveaux de ^{25}Mg.

Abstract. — We have determined the lifetime of the first excited state of ^{25}Mg by measuring the distance that the recoiling nucleus travels from the reaction ^{25}Mg(p, p')^{25}Mg*. The lifetime was found to be in the range $(2 < \tau < 4) \times 10^{-9}$ secs. This is compared with the predictions of the collective model, using wave functions obtained by a modification of Nilsson's calculations for the d-shell.

I. **Introduction.** — On a émis l'hypothèse [1] que les propriétés nucléaires des noyaux dont le nombre de masse est voisin de $A = 25$ peuvent être comprises en appliquant le modèle unifié de Bohr et Mottelson [2]. Des bandes de rotation bien définies ont été identifiées dans les schémas de niveaux de tels noyaux. Un accord encourageant avec les données expérimentales a été constaté pour des quantités déterminées telles que les sommes des largeurs réduites des niveaux dans une bande, les rapport des largeurs réduites de rayons gammas et la présence d'une interdiction K dans le rayonnement gamma. En outre, la partie pour un nucléon de la fonction d'onde à couplage fort a été calculée [3] pour un potentiel sphéroïdal et, l'utilisation de ces fonctions d'onde permet de calculer les paramètres de découplage a, les largeurs réduites des niveaux et les rapports de branchement des transitions gammas. Néanmoins, bien que les bandes prévues dans ^{25}Mg aient été identifiées, l'ordre des deux premières bandes n'est pas celui prévu par les fonctions d'onde de Nilsson. En effet, pour obtenir un accord entre les valeurs expérimentales et théoriques des paramètres de découplages, il est nécessaire d'attribuer au noyau de ^{25}Mg une déformation d'équilibre voisine de $\eta = 4$. Mais, pour $\eta = 4$, l'orbite 9 (basée sur l'état $s_{1/2}$) se situe au-dessous de l'orbite 5 (basée sur l'état $d_{5/2}$), contrairement à l'ordre établi de ces états dans ^{25}Mg et ^{25}Al. Pour mieux comprendre les raisons de ce désaccord nous avons mesuré la durée de vie du premier état excité du ^{25}Mg pour l'émission de rayons gammas puisqu'il s'agit d'une quantité calculable avec les fonctions d'onde de Nilsson. Dans la première partie de cet article nous allons décrire comment nous avons mesuré la durée de vie et, dans la deuxième partie, nous discuterons une modification aux calculs de Nilsson qui supprime les divergences mentionnées ci-dessus.

II. **Technique expérimentale.** — 1. PRINCIPE. — Le principe de l'expérience consiste à mesurer la distance x traversée dans le vide par les noyaux excités de ^{25}Mg qui échappent de la cible à cause de leur vitesse de recul v. La réaction utilisée, ^{25}Mg(p, p')^{25}Mg*, est la diffusion inélastique de protons avec la formation de ^{25}Mg dans son premier état excité (énergie 580 keV, $1/2^+$). Le proton incident transmet une partie de sa quantité de mouvement au noyau excité qui peut traverser la cible et continuer son trajet dans le vide de l'accélérateur. Si M_0 est le nombre de noyaux de ^{25}Mg formés initialement dans la cible, le nombre de noyaux qui sont encore excités à la distance x de la cible est proportionnel à $M_0\, e^{-x/v\tau}$ où τ est la durée de vie de l'état excité. En bombardant avec des protons d'énergie 2,07 MeV une cible mince de ^{25}Mg, la vitesse initiale des noyaux qui reculent dans la direction du faisceau est $v = 1{,}4 \times 10^8$ cm/sec. Donc si τ est de l'ordre de 10^{-9} sec (la formule

de Moszkowski [4] donne $\tau = 4.35 \times 10^{-10}$ sec, pour la transition du proton de l'état $1/2^+$ à l'état $5/2^+$), le noyau de recul peut parcourir environ 1,4 mm avant de se désexciter.

2. Appareillage. — L'accélérateur Van de Graaff de l'École Normale Supérieure a été utilisé pour produire un faisceau analysé de protons collimé à un diamètre de 5 mm par des fentes de tantale. Ce faisceau tombait sur une cible constituée d'un dépôt mince de ^{25}Mg sur une feuille d'or. La cible était portée sur une vis permettant son déplacement sous vide dans le sens du faisceau, avec une amplitude maximum de déplacement de 2 mm et une précision de 1/100 mm. La cible se déplaçait devant la fente d'un collimateur constitué de 2 briques de tungstène (10 cm × 5 cm × 5 cm), perpendiculaires au faisceau. Les briques étaient placées de façon qu'un détecteur de rayons gammas eût un champ de vision réduit à 1/10 de mm, dans la direction du faisceau incident. L'ensemble permettait donc d'observer point par point le trajet des noyaux de recul.

Les rayons gammas étaient détectés par un cristal cubique de INa(Tl), de 2,5 cm de côté, couplé à un photomultiplicateur Dumont 6292. Les impulsions du P. M., passaient par un amplificateur type Harwell 1049 avant d'être enregistrées par une analyseur d'impulsions à 100 canaux type R. I. D. L. Le détecteur se trouvait derrière le collimateur à 14 cm de la cible et le tout était entouré de briques de plomb pour réduire le bruit de fond. Un deuxième compteur à scintillations servait à mesurer le taux de la réaction. En même temps, on mesurait le courant sur la cible avec un intégrateur de courant. Un rapport constant entre ces deux mesures montrait que la cible était stable si le courant ne dépassait 0,5 microampère.

3. Préparation des cibles. — Les cibles ont été préparées à partir d'oxyde de ^{25}Mg (isotope séparé) par réduction à haute température, sous vide, par du tantale. Le magnésium s'évapore puis se condense sur une feuille d'or qui est maintenue froide. Nous avons mesuré l'épaisseur de la cible formée en étudiant les résonances de la réaction ^{25}Mg(p, γ)^{26}Al connues [5] aux énergies de bombardement inférieures. Une courbe de résonance typique (*fig.* 1), prise avec le compteur moniteur montre la résonance à 2,07 MeV utilisée dans cette expérience. Il a fallu se placer à une énergie de bombardement dépassant le maximum de la résonance pour éviter de trop ralentir les noyaux de recul.

4. Description d'une mesure. — Une mesure consiste à enregistrer simultanément le spectre dans l'analyseur multicanaux, le taux de la réaction, le courant et la durée de chaque mesure, pour une série de positions de la cible par rapport au collimateur. Nous avons tracé avant et après chaque expérience la courbe de transmission du collimateur avec l'aide d'une source de ^{137}Cs radioactive, déposée sur une feuille d'or, qui remplaçait la cible de ^{25}Mg. La comparaison des différentes courbes montrait que l'opération de changement de source introduisait des incertitudes de l'origine de déplacement inférieures au 1/10 de mm.

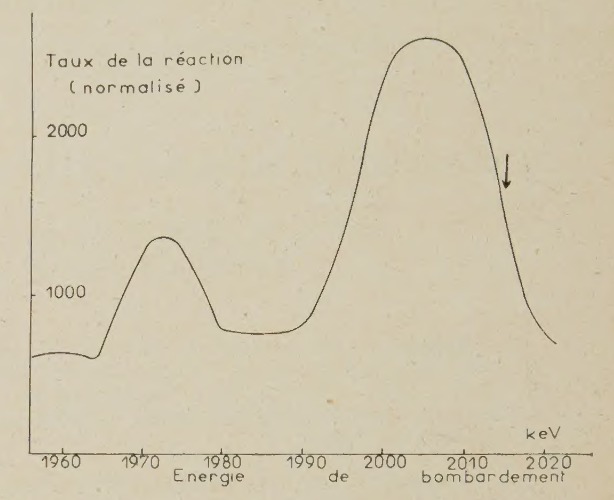


Fig. 1. — Courbe d'excitation de la réaction ^{25}Mg(p, p')^{25}Mg* ; la flèche indique l'énergie de bombardement utilisée dans cette expérience.

On a également mesuré des bruits de fond, soit avec l'accélérateur coupé, en mesurant simplement le temps, soit avec l'accélérateur en marche en mesurant le temps et la quantité de courant.

5. Dépouillement. — Le spectre obtenu au cours d'une mesure est la somme de l'émission gamma produite par la réaction ^{25}Mg(p, p')^{25}Mg*, du bruit de fond provenant de la radioactivité ambiante et donc proportionnel au temps, d'un bruit de fond dû à l'accélérateur en marche et, d'une émission gamma parasite dans les cibles bombardées par les protons. La réponse du détecteur de rayons gammas a été étalonnée auparavant par des sources de ^{22}Na et ^{137}Cs. On n'a accepté que des impulsions d'une hauteur correspondant au photopic du rayon gamma d'énergie 580 keV. Le spectre du bruit de fond naturel montrait principalement le photopic du rayon gamma d'énergie 662 keV de ^{137}Cs dû à une contamination du château de plomb. Le photopic du rayon 580 keV se trouvant sur le creux du spectre Compton du rayon 662 keV était aisément séparé de ceci, bien que le taux de comptage sous les photopics fût du même ordre. Le bruit de fond dû aux rayons

gammas parasites était de l'ordre de 20 % du fond naturel. Le taux de comptage réel était normalisé au courant.

6. Résultats. — La figure 2 montre le taux de comptage observé, normalisé au courant, en fonction de la distance de la fente à la cible. Sur la même figure sont tracées la transmission du collimateur, mesurée avec une source de ^{137}Cs, et une série de courbes théoriques encadrant les résultats expérimentaux. Les courbes théoriques sont calculées [6] en tenant compte des facteurs suivants : les noyaux de ^{25}Mg reculent dans différentes directions avec des vitesses différentes et suivant une distribution angulaire bien déterminée puisque l'on utilisait une résonance de la réaction

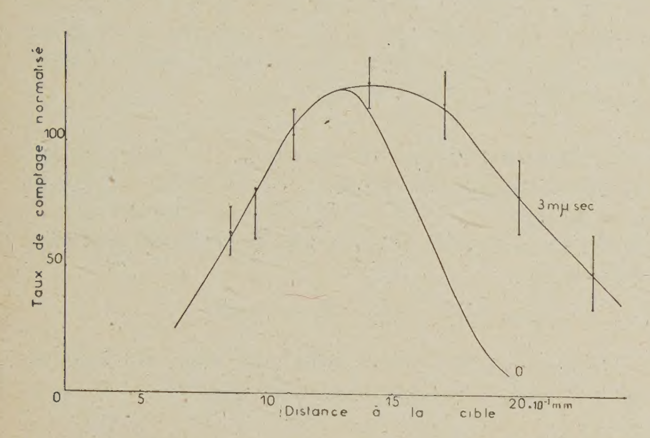


Fig. 2. — Résultats expérimentaux ; le taux de comptage normalisé et corrigé, en fonction de la distance entre la fente et la cible. La courbe 1 correspond à la largeur de la fente, la courbe 3 est calculée pour $\tau = 3$ mμ sec.

$$^{25}\mathrm{Mg}(p,\ p')^{25}\mathrm{Mg}^*.$$

Les noyaux de recul pénètrent des épaisseurs différentes de la cible selon leur angle d'émission et donc sont ralentis différemment. Pour calculer ce ralentissement il faut connaître la relation entre la vitesse du noyau et le parcours dans le magnésium. Nous avons utilisé la relation [7], $R\,(\text{cm air}) = 3 \times 10^{-10}\ M_1\ Z_1^{-0,8}\ v - R_0$, où M_1, Z_1 sont respectivement la masse et le nombre atomique de l'ion, v sa vitesse en cm/sec, et $R_0 = 0{,}5$ mm. L'incertitude de cette relation est de 35 %, ce qui constitue la source principale d'incertitude de la mesure actuelle. Nous ne connaissons pas la distribution angulaire des noyaux de recul, mais nous pouvons supposer que la capture et l'émission des protons se font essentiellement, soit par ondes-s, soit par ondes-p, à cause de la pénétrabilité de la barrière coulombienne. Si c'est par onde-s, la distribution angulaire est isotrope, si c'est par onde-p, les règles de conservation du moment angulaire et de la parité montrent que seuls sont possibles les cas suivants :

$$2^+(1)1^-(1)0^+\ ; \quad a_2 = +\,0{,}2 : 2^+(1)1^-(1)0\ ;$$
$$a_2 = -\,0{,}1\ ; \quad 2\ (1)2^-(1)2^+\ ; \quad a_2 = -\,0{,}7 :$$
et
$$3^+(1)2^-(1)1^+\ ; \quad a_2 = +\,0{,}2.$$

La distribution angulaire est donc

$$W(\theta) = 1 + a_2\, P_2\,(\cos\,\theta),$$

mais le calcul montre que seul le cas de $a_2 = -0{,}7$ introduit une modification importante à la courbe théorique calculée pour une distribution isotrope des noyaux de recul.

7. Conclusion. — Il résulte de la comparaison entre les données expérimentales et les courbes théoriques que la durée de vie τ se trouve dans l'intervalle

$$2 \times 10^{-9}\ \text{sec} < \tau < 4 \times 10^{-9}\ \text{sec}.$$

Comme nous l'avons signalé ci-dessus, la valeur théorique pour la transition à un proton serait $\tau = 4{,}35 \times 10^{-10}$ sec. Si on suppose que pour le cas de ^{25}Mg la transition est due à un neutron seul changeant son orbite de $s_{1/2}$ à $d_{5/2}$ la probabilité de transition devrait être divisée par un facteur $\frac{Z^2}{A^4}$, [4], qui est de 2500 pour ^{25}Mg. Donc la valeur expérimentale pour la vie moyenne est dix fois plus petite que celle correspondant à un proton seul, mais deux cent fois plus rapide que celle pour un neutron seul. Comme nous verrons par la suite la valeur expérimentale est remarquablement près de celle prévue par le modèle de Nilsson.

III. Calculs théoriques.

— 1. Modèle de Nilsson et ^{25}Mg. — Nilsson [3] a calculé les valeurs propres et les fonctions d'onde pour un nucléon dans un puits de potentiel déformé. Il adopte le potentiel d'un oscillateur, auquel il ajoute un terme de couplage spin-orbite et considère la modification produite par une déformation d'ensemble avec symétrie axiale. En plus, il ajoute un terme proportionnel au carré du moment angulaire orbital, μl^2, qui modifie le potentiel vers ses bords et baisse les états de grands moments angulaires. Cependant Nilsson n'utilise ce terme que pour les couches supérieures correspondant aux états de l'oscillateur avec nombre quantique principal N égal ou supérieur à 3.

L'application du modèle au cas de ^{25}Mg suppose que ce noyau ait la configuration, dans son état fondamental,

$$\pi[8^{016},\quad d_{5/2}(1/2^{+2},\quad 3/2^{+2})]$$
$$\nu[8^{016},\quad d_{5/2}(1/2^{+2},\quad 3/2^{+2},\quad 5/2^{+1})]$$

ce qui correspond en général à l'ordre de niveaux pour les déformations d'ensemble prolates. Ensuite on calcule avec les valeurs propres de Nilsson,

l'énergie totale du noyau en fonction de la déformation et, avec les fonctions d'onde, on calcule le paramètre de découplage a de la formule pour les énergies rotationnelles des membres d'une bande avec $K = 1/2$ [3].

$$E(I) = A[I(I+1) + a(-)^{I+1/2}(I+1/2)] + B[I(I+1) + a(-)^{I+1/2}(I+1/2)]^2.$$

Ces quantités sont calculées en fonction de la déformation η donnée par l'expression (3)

$$\eta = \frac{\delta}{K}\left[1 - \frac{4}{3}\delta^2 - \frac{16}{27}\delta^4\right]^{-1/6}$$

où δ est approximativement $\Delta R/R_0$, et K est proportionnel à la constante de couplage spin-orbite. Maintenant nous estimons que δ pour ^{25}Mg devrait avoir une valeur peu différente des valeurs déduites des moments quadrupolaires mesurées de deux noyaux voisins ^{23}Na ($Q_0 = 0{,}1 \times 10^{-24}$ cm, $\delta = 0{,}54$) et ^{27}Al ($Q_0 = 0{,}149 \times 10^{-24}$ cm, $\delta = 0{,}31$). Nous estimons aussi la valeur de K à partir du splitting, de l'ordre de 5 MeV, observé pour les états excités $d_{5/2}$ et $d_{3/2}$ de 0^{17} ce qui indique $K = 0{,}125$. Donc nous nous attendons à une valeur de η de l'ordre de 3.5, ce qui semble à première vue en bon accord avec la valeur $\eta = 4$ au minimum des courbes d'énergie totale [1]. Cependant le paramètre de découplage a, déduit de la bande rotationnelle comprenant les états (0,58 MeV $1/2^+$, 0,98 MeV $3/2^+$ et 1,96 MeV $5/2^+$), est $a = -0{,}2$, et correspond à $\eta > 6$. Si on modifie la valeur de K pour réduire η et donc obtenir l'ordre observé des niveaux, le désaccord pour a devient plus prononcé.

2. Modification du modèle. — Nous avons répété le calcul des valeurs propres et des fonctions d'onde pour $N = 2$ avec l'inclusion d'un terme μl^2. Dans la notation de Nilsson, la matrice à diagonaliser est

$$R = \eta \mathfrak{U} - 2l.S - \mu l^2.$$

Nous l'avons évalué pour une série de valeurs de μ et nous présentons les résultats dans la table I.

TABLEAU I

		$\mu = 0$			$\mu = 0{,}167$			$\mu = 0{,}33$			$\mu = 0{,}5$		
	η	2	4	6	2	4	6	2	4	6	2	4	6[illegible]
Orbite 11		2,630	3,298	4,394	1,892	2,82	4,000	1,334	2,434	3,655	0,972	2,122	3[illegible]
		1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1[illegible]
		— 0,717	— 1,143	— 1,287	— 0,997	— 1,335	— 1,414	— 1,414	— 1,549	1,547	1,940	— 1,777	— 1[illegible]
		— 1,066	— 0,675	— 0,454	— 0,957	— 0,590	— 0,408	— 0,612	— 0,514	— 0,368	— 0,673	— 0,449	— 0[illegible]
Orbite 9		0,120	— 0,237	— 0,853	— 0,272	— 0,983	— 1,725	— 0,804	— 1,781	— 2,615	— 1,509	— 2,625	— 3[illegible]
		1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1[illegible]
		— 15,696	15,901	6,635	6,932	3,838	3,278	2,345	2,118	2,163	1,250	1,435	1[illegible]
		11,489	— 25,472	— 16,609	— 6,184	— 6,997	— 6,531	— 1,314	— 4,439	— 6,361	— 2,115	— 3,460	5[illegible]
Orbite 6		— 3,751	— 6,069	— 8,542	— 4,620	— 6,837	— 9,275	— 5,529	— 7,653	— 10,040	— 6,463	— 8,500	— 10[illegible]
		1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1[illegible]
		0,503	0,622	0,662	0,408	0,552	0,609	0,341	0,493	0,563	0,292	0,445	0[illegible]
		0,600	0,428	0,325	0,615	0,445	0,337	0,634	0,460	0,348	0,658	0,472	0[illegible]

La figure 3 montre les valeurs propres $r^{G\Omega}$ de R pour les orbites 5($N = 2$, $\Omega = 5/2$), 9($N = 2$, $\Omega = 1/2$), et 11 ($N = 2$, $\Omega = 1/2$). Avec les fonctions d'onde de la table 1 nous avons calculé les paramètres de découplage a pour les orbites 9 et 11 (*fig.* 4). D'après ces deux figures, on constate que le terme μl^2 a pour effet d'éliminer le désaccord noté ci-dessus. L'énergie totale d'une orbite est donnée par l'expression (3)

$$E^{U\Omega} = \left(N + \frac{3}{2}\right)\hbar\omega(\delta) + K\hbar\,\omega_0\, r^{N\Omega}.$$

Si nous mettons $\hbar\mathring{\omega}_0 = 41\ A^{1/3}$ MeV et $K = 0.125$, nous trouvons, pour le cas de ^{25}Mg, que $r^{2,1/2} - r^{2,5/2} = 0{,}58/1{,}8 = 0{,}32$. De la figure 3, nous constatons que cette différence correspond à $\eta = 3{,}2$ pour $\mu = 0{,}167$, et de la figure 4, nous voyons que $a = -0{,}15$ pour $\eta = 3{,}2$, ce qui est très près de la valeur observée, $a = -0{,}2$. Il est évident que pour une valeur intermédiaire de μ on trouverait une valeur de η qui satisferait les deux conditions.

3. Calcul de la vie moyenne. — La vie moyenne peut être calculée à partir des fonctions d'onde, avec les formules (3), (7) publiées. Figure 5

présente les résultats pour comparaison avec la valeur expérimentale, ce qui montre que les courbes correspondant à $\mu = 0$ ou 0.5 sont à éliminer.

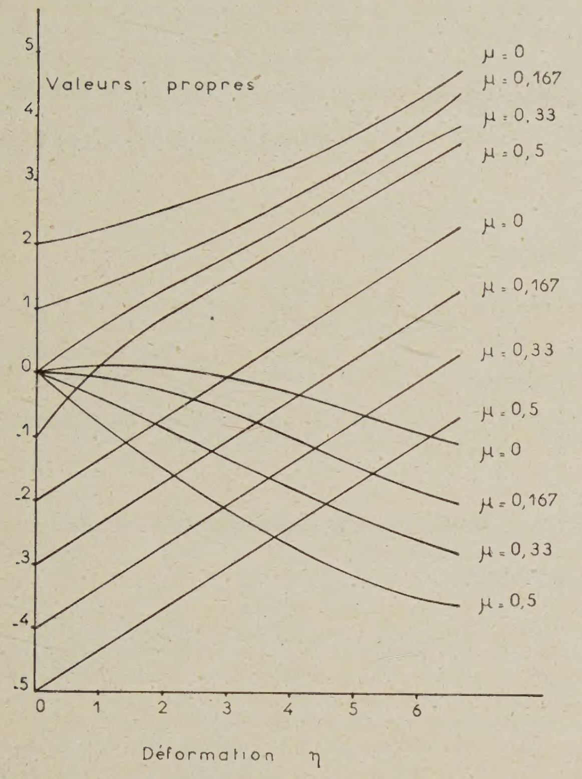


FIG. 3. — Les valeurs propres de la matrice R pour les orbites 5, 9 et 11, et pour les valeurs de $\mu = 0$; 0,167 ; 0.33 et 0.5.

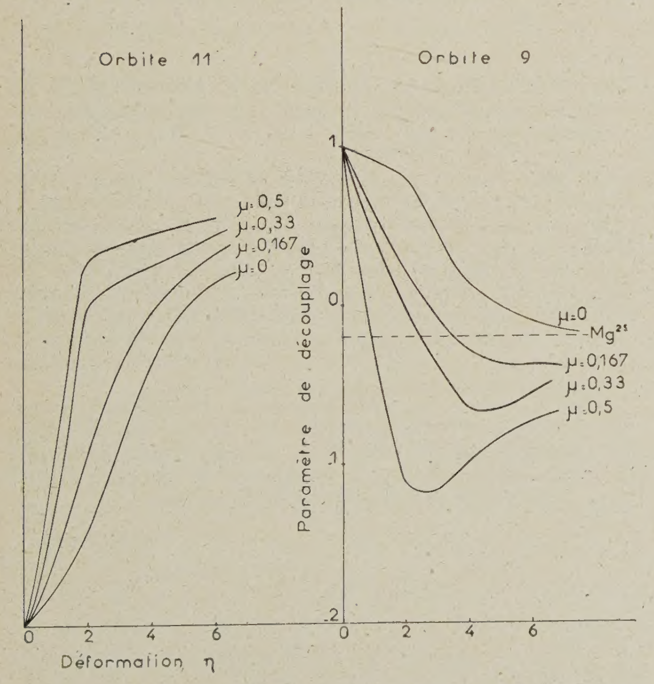


FIG. 4. — Les paramètres de découplage pour les orbites 9 et 11, et pour les valeurs de $\mu = 0$; 0.167 ; 0.33 ; 0.5.

Il est à noter que la vie moyenne pour cette transition due à un neutron seul est voisine à la valeur calculée pour un proton seul. Il faut sup-

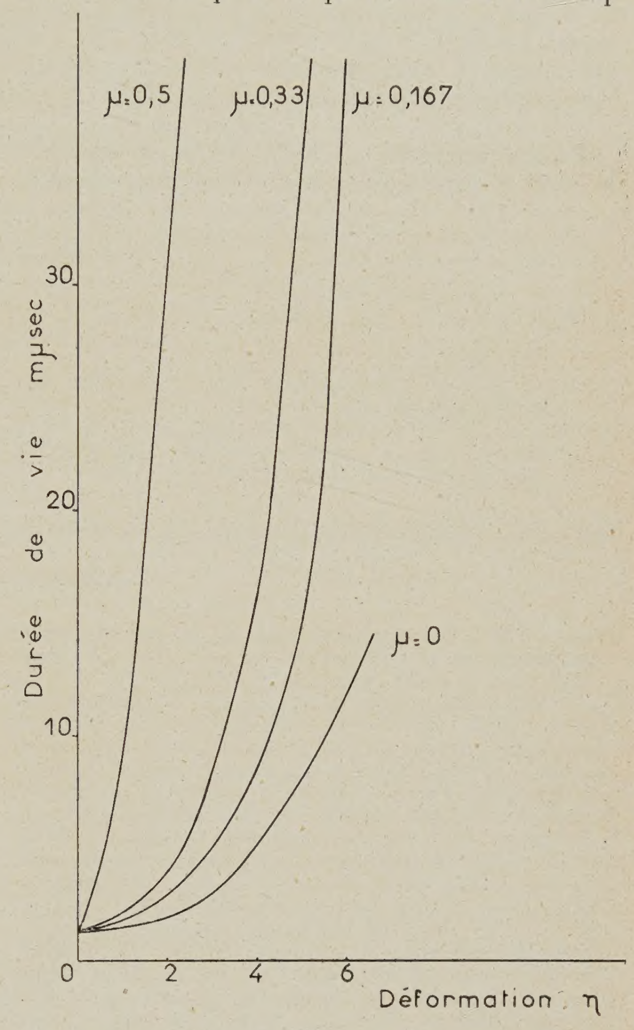


FIG. 5. — Les valeurs calculées de la durée de vie du premier état excité de ^{25}Mg. Les limites obtenues dans l'expérience actuelle sont indiquées en pointillés.

poser que le mouvement du neutron induit dans le reste du noyau une densité de transition de charge équivalente à celle du mouvement d'un proton seul. L'augmentation (*) de la probabilité de transition proposée par McManus et Sharp [7] due

(¹) La formule (7) pour la probabilité de transition est :

$$B(E2) = \frac{5e^2}{4\pi}\frac{\hbar^2}{M\omega_0} G_{E2}^2$$

$$\left|(1 + E_{E2}^C)\, C_{Kkk'}^{I2I'} + b_{E2}(-1)^{I'+K'}\, C_{K,-q,-K'}^{I2K'}\right|^2$$

où

$$Y_{E2}^C = \frac{KZA^{1/3}}{G_{E2}}\,\eta\left(1 + \frac{2}{3}\delta\right) \Sigma\,(N'i|1'N1)\,.\,\delta_{\Sigma\Sigma'}\,\delta_{KK'}\,a_{l\Lambda}\,a'_{l\Lambda}$$

est la contribution collective à la probabilité de transition.

aux effets collectifs n'est pas applicable au cas actuel de transition entre les membres de deux bandes différentes ($\delta K = 2$). Il serait intéressant de mesurer la vie moyenne pour la transition du niveau à 0,98 MeV au niveau à 0,58 MeV ($\delta K = 0$), par exemple, pour démontrer l'existence d'une telle augmentation et sa dépendance de K.

REMERCIEMENTS. — Nous tenons à remercier M. le Pr Rocard d'avoir mis à notre disposition les facilités de travail offertes par le Laboratoire ; M. le Pr Halban pour son intérêt et ses encouragements.

Nous remercions M. Victor Round et son équipe pour la réalisation du porte-cible. G. R. Bishop est reconnaissant au Commissariat à l'Énergie Atomique pour la bourse allouée pendant ce travail.

Manuscrit reçu le 11 juin 1959.

BIBLIOGRAPHIE

[1] SUTHERLAND (A. E.), McMANUS (H.), PAUL (E. B.), BROMLEY (D. A.) et GOVE (H. E.), *Canad. J. Phys.*, 1958, **36**, 378.
[2] BOHR (A.) et MOTTELSON (B. R.), *Dan. Mat. Fys. Medd.*, 1953, **27**, n° 6.
[3] NILSSON (S. G.), *Dan. Mat. Fys. Medd.*, 1955, **29**, n° 16.
[4] MOSZKOWSKI (S. A.), Beta and Gamma Ray Spectroscopy, p. 373, North Holland Pub. Coy., 1955.
[5] BIZOT (J. C.), MULLER (F.) et BISHOP (G. R.), *J. Physique Rad.*, 1958, **19**, 571.
[6] THIRION (J.) et LAURITSEN (T.), *Phys. Rev.*, 1953, **92**,
[7] THOMAS (R. G.) et LAURITSEN (T.), *Phys. Rev.*, 1952, **88**, 974.
[8] BROMLEY (D. A.), *Proc. Rehovot*, Conf. Nucl. Structure, 1958, 108.

REVUE DE LIVRES

KAHAN (Th.), **Théories quantiques de la matière et du rayonnement.** (1 vol. broché, 11 × 17 cm, 223 pages, Collection Armand Colin, Paris, 1959, 360 F.).

M. Théo Kahan a réussi, en ces quelque deux cents pages, à nous donner une mise au point nette et objective de la mécanique ondulatoire et de la théorie du champ selon les grandes lignes de leur développement actuel. L'exposé classique met en relief l'ordre historique pour aboutir à la théorie du champ mésique : I) Cinématique des ondes brogliennes ; II) Dynamique des ondes brogliennes, l'équation d'onde, son interprétation, ses premières applications ; III) Mécanique ondulatoire et mécanique des matrices ; IV) Relations d'incertitude et complémentarité ; V) Applications de la mécanique ondulatoire : passage des ondes à travers des barrières de potentiel, l'atome d'hydrogène ; VI) Méthodes d'approximation et théorie des collisions atomiques : méthode de Schrödinger, méthode de Born pour les collisions atomiques, méthode de Dirac pour les perturbations dépendant du temps ; VII) Problèmes à plusieurs corpuscules, théories de l'atome de He et de la molécule de H_2 ; VIII) Mécanique quantique relativiste et théorie des corpuscules à spin ; IX) Théorie quantique des champs ; X) Électrodynamique quantique ; XI) Mésodynamique quantique.

Parfaitement conforme aux objectifs de la Collection Armand Colin, l'ouvrage de M. Théo Kahan constitue une précieuse initiation pour les débutants et une table d'orientation utile pour tous les physiciens qui ne se sont pas spécialisés dans les théories de la physique moderne.

M. JESSEL.

MICHAL (A. D.), **Le calcul différentiel dans les espaces de Banach,** Vol. I, **Fonctions analytiques. Équations intégrales.** (1 vol. 16 × 25 cm, XIV + 150 pages, Gauthier-Villars, Paris, 1958, 3 000 F.).

Traduit de l'anglais par Mlle E. Mourier sans avoir paru dans la langue d'origine, c'est un ouvrage de mathématique « pure » publié dans la « Collection de Monographies sur la théorie des Fonctions » dirigée par Émile Borel. N'exigeant qu'un minimum de connaissances préalables et rédigé avec un talent didactique très sûr, il intéressera les physiciens qui pensent que tous les êtres mathématiques, y compris les espaces abstraits, sont faits pour s'en servir. De fait un second volume est annoncé, qui sera consacré à différentes applications aux mathématiques et à la mécanique classiques, ainsi qu'à la physique mathématique.

M. JESSEL.

DUGUÉ (D.), **Ensembles mesurables et probabilisables. La mesure des ensembles linéaires. La raréfaction des ensembles de mesure nulle.** (1 vol. 14 × 22 cm, 106 pages, Dunod, Paris, 1958, 850 F.).

Premier paru d'une collection intitulée « Probabilités, statistique, recherche opérationnelle », ce petit manuel se propose de mieux faire connaître l'outil mathématique fourni par la théorie de la mesure. Borné aux ensembles linéaires, le sujet est assez limité : Mesures de Rieman, de Borel et de Lebesgue, Intégrale de Lebesgue et axiome du choix, notion d'ensemble probabilisable, constituent la matière des trois chapitres centraux. Le dernier chapitre, un peu à part, est consacré aux travaux d'Émile Borel sur la raréfaction des ensembles de mesure nulle.

Clair et concis, ce petit ouvrage a été envisagé comme une initiation aux théories modernes des probabilités. Mais la théorie mathématique de la mesure prend aussi une importance croissante en physique mathématique et devrait à ce titre intéresser l'ensemble des physiciens.

M. JESSEL.

ONDE MOYENNE D'UN SYSTÈME DE CORPUSCULES EN THÉORIE FONCTIONNELLE

Par Florence AESCHLIMANN,
(Théories physiques, Institut Henri-Poincaré, Paris.)

Résumé. — Certains principes de la théorie fonctionnelle des systèmes de corpuscules sont précisés. On étudie la notion de centre de gravité. On définit des ondes moyennes, en particulier onde moyenne pondérée par les masses (qui joue le rôle de barycentre ou corpuscule moyen) et onde moyenne uniforme ; les équations de propagation de ces ondes sont écrites à partir des principes admis. L'onde somme est définie. Les ondes moyennes et l'onde somme permettent d'exprimer des propriétés globales du système.

Abstract. — Some principles of the functional theory of particles and the properties of the centre of masses are discussed. The definitions of mean-waves and sum-wave are given, in particular the mass-mean-wave (which corresponds to the centre of masses) and the uniform-mean-wave. The global properties of a system can be expressed with these waves.

1. **Théorie fonctionnelle des systèmes de corpuscules.** — Dans un article précédent [1], nous avons examiné les principes généraux d'une théorie fonctionnelle des systèmes de corpuscules. Nous avons été conduit à admettre les trois principes suivants :

I. *Les corpuscules* C *d'un système physique* S *seront représentés chacun par une fonction* u(P, T) *qui est soit une fonction scalaire, soit une fonction ayant des composantes.*

II. *Les corpuscules d'un système peuvent être formellement numérotés* (bien que les corpuscules de même espèce soient indiscernables).

III. *Dans le mouvement par rapport à un repère* T, *chaque corpuscule* C_j *d'un système* S *est représenté par une fonction* u_j(P, T) *qui appartient à un espace fonctionnel séparable* $(R_{u,j})$ *et qui obéit à une équation*

$$\mathfrak{L}_j\, u_j = Q_j \qquad (1)$$

où $\mathfrak{L}_j$ *est un opérateur linéaire dans l'espace* $(R_{u,j})$ *et* Q_j *un terme non linéaire dépendant de* u_j *qui est un élément de l'espace* $(R_{u,j})$. *L'opérateur* $\mathfrak{L}_j$ *et le terme* Q_j *dépendent des fonctions* u_k(P, T) *représentant les autres corpuscules du système.*

2. **La notion de barycentre.** — Parmi les propriétés les plus importantes d'un système en mécanique classique ou en mécanique ondulatoire usuelle, il faut mentionner celles qui ont trait au barycentre ou centre de gravité. Il nous faut alors examiner si, en théorie fonctionnelle, subsistent ou non certaines propriétés du barycentre.

En Mécanique classique comme en Mécanique ondulatoire, le barycentre G joue deux rôles grâce au fait de la représentation ponctuelle :

1° Le barycentre G est origine de repères jouant des rôles particuliers pour le système. On considère d'abord un repère T_G d'origine G et d'axes parallèles à ceux du repère T_0 auquel on rapporte le mouvement. On considère ensuite des repères d'origine G et dont les axes sont en rotation par rapport à T_G ; parmi ceux-ci se trouvent les repères principaux liés au solide principal. D'autre part, si T_0 est un repère galiléen, et si le système n'est pas soumis à des actions extérieures, alors T_G est galiléen.

2° Le barycentre G est point moyen du système ; il fournit ainsi une description sommaire du système, au moyen d'un seul point. Un théorème important permet d'établir que le barycentre se comporte en Mécanique classique comme un point matériel doué de la masse totale du système et en Mécanique ondulatoire, comme un corpuscule doué aussi de la masse totale du système. En l'absence d'actions extérieures et dans le cas d'un champ extérieur uniforme (constant), le mouvement du barycentre se sépare du mouvement autour du barycentre ; ainsi le barycentre se comporte exactement comme un point matériel en Mécanique classique et comme un corpuscule en Mécanique ondulatoire.

Le fait que le barycentre cumule ces deux types de propriétés est dû essentiellement à la représentation ponctuelle. Si en théorie fonctionnelle des corpuscules, il subsiste certaines propriétés du barycentre, ces deux types de propriétés seront complètement séparés. En effet : 1° si on peut trouver un point G qui soit origine d'un trièdre ayant des propriétés particulières, ce point G ne peut se comporter comme un corpuscule puisqu'un corpuscule est représenté par une fonction u ; 2° si on peut définir une fonction u_G jouant le rôle d'une fonction moyenne caractérisant sommairement le système et représentant ainsi un corpuscule fictif qui joue le rôle de corpuscule moyen, alors à cette

fonction u_G on ne peut associer un repère dont l'origine serait le corpuscule puisque celui-ci n'est pas ponctuel.

Donc en théorie fonctionnelle se perdent toutes les propriétés qui sont liées essentiellement au double rôle du barycentre en Mécanique classique et en Mécanique ondulatoire usuelle ; et si des propriétés du barycentre subsistent en théorie fonctionnelle, celles du type 1° seront essentiellement distinctes de celles du type 2°.

Nous allons examiner ici si l'on peut définir une fonction u_G ou *onde moyenne* en théorie fonctionnelle des systèmes. Pour cela, il nous faut d'abord préciser la notion de moyenne et la forme des équations (1).

3. **La notion de moyenne sur un ensemble fini.** — Soit un ensemble fini E_0 comprenant n éléments de nature quelconque $u_1, u_2, \ldots, u_n$; désignons par (u_j) l'ensemble formé d'un seul élément u_j. Considérons les parties E_k de E_0 ; à chaque ensemble E_k correspond biunivoquement un ensemble e_k de nombres entiers formé par les valeurs de l'indice j des éléments u_j de E_k, alors en désignant par Σ l'opération de réunion d'ensembles disjoints, on a

$$E_k = \sum_{j \in e_k} (u_j).$$

Soit alors a(E) une fonction additive d'ensembles définie sur les parties E_k de E_0 dont les valeurs sont des nombres réels positifs. Comme E_0 est fini, la fonction a(E) est définie par ses valeurs $a((u_j))$ prises sur les ensembles d'un seul élément (u_j) constituants de E_0 ; on a donc

$$a(E_k) = \sum_{j \in e_k} a((u_j)).$$

Supposons maintenant 1° qu'on ait défini une opération « produit » qui à toute paire formée par un élément u_j pour $u_j \in E_0$ et un nombre $a_j = a((u_j))$ fasse correspondre un élément $a_j\, u_j$ bien défini, 2° que sur l'ensemble des $a_j\, u_j$, on ait défini une addition douée des propriétés usuelles de l'addition entre nombres positifs, 3° que toute somme ainsi obtenue puisse être décomposée en un nombre a(E), valeur de la fonction a pour l'ensemble des u_j sur lequel on a effectué la sommation et un élément u_E appartenant à un ensemble bien défini U (contenant les u_j).

Ces trois conditions étant supposées remplies, nous appellerons *valeur moyenne* $u_{a(E_k)}$ *des éléments* u_j *sur l'ensemble* E_k *par rapport à la fonction d'ensemble* a(E), *l'élément* $u_{a(E_k)}$ *tel que*

$$a(E_k) \cdot u_{a(E_k)} = \sum_{j \in e_k} a((u_j)) \cdot u_j.$$

En particulier, comme ensemble E_p, on peut considérer l'ensemble E_0.

Une telle valeur moyenne possède la propriété fondamentale suivante :

Théorème. — *La moyenne des moyennes partielles est la valeur moyenne sur l'ensemble total.*

Soit E_p qui est la somme de q ensembles partiels disjoints E_{k_l}, soit

$$E_p = \sum_{l=1}^{q} E_{k_l} ;$$

alors, en vertu de la définition de la moyenne et par la décomposition de l'ensemble E_p en ses q composantes E_{k_l}, on obtient :

$$a(E_p) \cdot u_{a(E_p)} = \sum_{j \in e_k} a((u_j)) \cdot u_j = \sum_{l=1}^{q} \sum_{j \in e_{k_l}} a((u_j)) \cdot u_j.$$

Mais en vertu de la définition de la moyenne sur un ensemble E_{k_l}, on a

$$\sum_{j \in e_{k_l}} a((u_j)) \cdot u_j = a(E_{k_l}) \cdot u_{a(E_{k_l})}$$

d'où

$$a(E_p) \cdot u_{a(E_p)} = \sum_{l=1}^{q} a(E_{k_l}) \cdot u_{a(E_{k_l})} ;$$

par suite, la moyenne des u_j sur l'ensemble E_p est bien égale à la moyenne des valeurs moyennes $u_{a(E_{k_l})}$ sur les ensembles composants E_{k_l} en affectant les valeurs moyennes partielles $u_{a(E_{k_l})}$ de la valeur de la fonction a(E) sur l'ensemble E_{k_l} correspondant, ce qui établit la propriété.

Ainsi la moyenne par rapport à une fonction additive d'ensembles a(E) est définie sur les parties E_k d'un ensemble fini E_0 d'éléments de nature quelconque u_j, pourvu que les trois conditions écrites plus haut soient satisfaites.

On peut adopter la représentation géométrique suivante de ces conditions : 1° les n éléments u_1, $u_2, \ldots u_n$ sont les n vecteurs unitaires constituant une base dans un espace vectoriel à n dimensions. 2° $a_j\, u_j$ désigne le vecteur colinéaire à u_j ayant pour longueur a_j et de même sens que u_j. 3° L'addition + des produits $a_j\, u_j$ est l'addition vectorielle ; alors $\sum_{j \in e_k} a_j\, u_j$ est un certain vecteur de cet espace ; 4° le vecteur u_E sera défini comme le vecteur obtenu en multipliant $\sum_{j \in e_k} a_j\, u_j$ par $\dfrac{1}{a(E_k)}$. Ceci montre que les trois conditions imposées sont compatibles et qu'une moyenne sera définissable si les n éléments $u_1, u_2, \ldots, u_n$ peuvent être considérés comme des vecteurs d'un même espace.

Une autre représentation géométrique, dans un plan cette fois, peut être définie ainsi : Soit un système de deux axes orthogonaux Ox, Oy. 1° Les

n éléments $u_1, u_2, \ldots, u_n$ sont considérés comme les n points de l'axe Ox ayant pour abscisses $a((u_1))$, $a((u_2)), \ldots, a((u_n))$. 2° Les n nombres $a((u_i))$ sont les abscisses de points $a_1, a_2, \ldots, a_n$ sur l'axe Oy. 3° Les produits $a((u_j)).u_j$ sont les points P_j de la bissectrice B de l'angle Ox, Oy dont les projections sur Ox et Oy sont respectivement u_j et $a((u_j))$ (Ceci a lieu en vertu du choix des points u_j). 4° L'opération d'addition entre produits $a((u_j)).u_j$ est l'addition des vecteurs $\boldsymbol{OP}_j$ de l'espace à une dimension constitué par la bissectrice B. 5° La décomposition d'une somme $\boldsymbol{OP}_{E_k}$ de $a(E_k)$ et u_{E_k} s'effectue comme projection orthogonale sur Ox et sur Oy. En vertu de la propriété d'additivité de la fonction a(E), le point de Oy correspondant à la projection de $\boldsymbol{OP}_E$ a bien pour abscisse la somme des projections des termes composants ; l'élément u_E est le point de la demi-droite Ox ayant pour abscisse $a(E_k)$. L'ensemble U est alors formé par les points de l'axe Ox dont les abscisses sont les nombres $a(E_k)$ pour les divers sous-ensembles E_k de E_0. Ainsi une moyenne sera définissable si les n éléments $u_1, u_2, \ldots, u_n$ peuvent être considérés comme n points d'une même droite.

4. **Onde moyenne.** — La notion de moyenne ayant été ainsi précisée, nous pourrons définir une onde moyenne si les trois conditions précédentes sont remplies pour les ondes u_j associées à chaque corpuscule d'une partie P du système S. Dans ce cas nous pourrons généraliser la notion de barycentre en tant que point moyen d'un système et les propriétés qui sont strictement des propriétés de moyenne subsisteront ; cependant la notion d'onde moyenne ne pourra pas être définie dans tous les cas.

Soit une fonction additive d'ensembles $a(E)$ à valeurs positives définie sur les ensembles de corpuscules d'un système S. Nous poserons

$$a(E_k).u_{a(E_k)} = \sum_{j \in e_k} a((u_j)).u_j \tag{2}$$

et $u_{a(E_k)}$ sera appelée *onde moyenne sur l'ensemble* E_k *de corpuscules du système* S *relativement à la fonction* $a(E)$.

Cette définition ne présente pas de difficulté si toutes les fonctions u_j des corpuscules du système appartiennent au même espace fonctionnel vectoriel (R_u) en vertu de la construction de la moyenne indiquée au paragraphe précédent : les vecteurs $\boldsymbol{u}_1, \ldots \boldsymbol{u}_n$ peuvent être considérés comme les vecteurs de base d'une variété linéaire $(\mathcal{M}_n)$ plongée dans (R_u) ; par définition, la longueur $\|u_j\|$ d'un vecteur $\boldsymbol{u}_j$ est égale à 1 par rapport à $\mathcal{M}_n$ et la longueur de $\lambda.\boldsymbol{u}_j$ est $|\lambda|$; alors $\sum_{j \in e_k} a((\boldsymbol{u}_j)).\boldsymbol{u}_j$ est un vecteur de l'espace (R_u) ; on peut multiplier ce vecteur par $\dfrac{1}{a(E_k)}$ et le vecteur de $(\mathcal{M}_k)$ ainsi obtenu sera par définition $\boldsymbol{u}_{a(E_k)}$. Comme la variété $(\mathcal{M}_n)$ est contenue dans (R_u), c'est bien un vecteur de l'espace (R_u). Ceci sera le cas si les espaces $(R_{u,j})$ introduits par le principe III sont tous identiques entre eux, alors on peut les confondre en un seul espace (R_u).

Mais s'il y a des corpuscules C_j et C_k qui ont des fonctions représentatives $\boldsymbol{u}_j$ et $\boldsymbol{u}_k$ n'ayant pas le même nombre de composantes ou des composantes de variances différentes, on ne peut les considérer comme des vecteurs du même espace (R_u) ; cette fois nécessairement $(R_{u,j})$ et $(R_{u,k})$ sont distincts. Or le nombre de composantes et la variance sont liés au spin et à l'isospin. Par suite, l'onde moyenne $u_{a(E_k)}$ n'est définissable que sur des ensembles de corpuscules de même spin et de même isospin.

Les corpuscules C_j d'un système S de n corpuscules seront alors décomposés en classes K_1, $K_2, \ldots, K_k$ telles que deux corpuscules de la même classe ont des espaces (R_u) identiques (alors $k \leqslant n$). Ces espaces pourront être notés $(R_{u,K_1}), (R_{u,K_2}), \ldots, (R_{u,K_k})$. L'indiscernabilité des corpuscules de même espèce exige que deux corpuscules de même espèce soient de la même classe. Des corpuscules d'espèces différentes mais de même spin et de même isospin pourront être de la même classe, mais des corpuscules de spin différent ou d'isospin différent ne pourront pas être de la même classe ; par exemple, un boson sera d'une classe différente d'un fermion, un isoboson d'une classe différente d'un iso-fermion.

Les considérations précédentes nous conduisent à admettre le principe suivant qui vient compléter le principe III.

Postulat IV. — *L'espace* $(R_{u,j})$ *des fonctions représentant un corpuscule* C_j *est un espace vectoriel. Deux corpuscules de même espèce ont même espace fonctionnel* $(R_{u,j})$.

Ceci permet de définir une onde moyenne pour les corpuscules d'une même classe.

5. **Écart.** — Soit E_k un ensemble de corpuscules de même classe d'un système S et C_j un corpuscule de cet ensemble. Nous poserons :

$$u_{ra(E_k),j} =_d u_j - b_j\, u_{a(E_k)} \tag{3}$$

où $b_j = b(C_j)$ et où $b(C)$ est une fonction à valeurs positives définie sur les n corpuscules C_j du système S, et relative à l'ensemble E_k et à la fonction $a(E)$. La fonction $u_{ra(E_k),j}$ sera l'*écart* autour de la fonction moyenne $u_{a(E_k)}$ relativement à l'ensemble E_k, à la fonction $a(E)$ et à la fonction $b(C)$.

De là on tire

$$u_j = b_j\, u_{a(E_k)} + u_{ra(E_k),j}. \tag{4}$$

En portant cette valeur de u_j dans l'équation donnant la valeur moyenne, on a

$$a(E_k) \cdot u_{a(\mathrm{E}_k)} = \sum_{j \in e_k} a_j (b_j \, u_{a(\mathrm{E}_k)} + u_{ra(\mathrm{E}_k),j})$$

d'où

$$\left(a(E_k) - \sum_{j \in e_k} a_j \, b_j\right) u_{a(\mathrm{E}_k)} = \sum_{j \in e_k} a_j \, u_{ra(\mathrm{E}_k),j}.$$

Pour que les $u_{ra(\mathrm{E}_k),j}$ soient des écarts autour d'une valeur moyenne, il faut poser :

$$\sum_{j \in e_k} a_j \, u_{ra(\mathrm{E}_k),j} = 0 \qquad (5)$$

d'où une condition à laquelle on doit assujettir les coefficients b_j :

$$\sum_{j \in e_k} a_j \, b_j = a(E_k). \qquad (6)$$

On doit se demander quelle sera l'équation d'une onde moyenne et quelle sera l'équation de l'écart autour de l'onde moyenne. Ceci exige d'introduire des précisions sur la forme des équations (1) intervenant dans le principe III.

6. **Propriétés des équations fondamentales.** — Pour pouvoir écrire l'équation d'une onde moyenne, il faut admettre des propriétés très générales sur les équations introduites par le principe III des équations des corpuscules.

Soit

$$\mathfrak{L}_j \, u_j = Q_j$$

l'équation du corpuscule C_j du système S et soit

$$\mathfrak{L}_{j0} \, u_{j0} = Q_{j0}$$

l'équation du corpuscule C_j d'un système S_j formé par un unique corpuscule de même espèce que C_j. Posons

$$\mathfrak{R}_j\mathrm{s} =_d \mathfrak{L}_j - \mathfrak{L}_{j0}$$

$$Q_j\mathrm{s} =_d Q_j - Q_{j0}.$$

$\mathfrak{R}_{j\mathrm{s}}$ et $Q_{j\mathrm{s}}$ seront appelés les *termes d'interaction pour le corpuscule* C_j *dans le système* S. L'équation (1) prend alors la forme

$$(\mathfrak{L}_{j0} + \mathfrak{R}_{j\mathrm{s}}) u_j = Q_{j0}(u_j, \nabla) + Q_{j\mathrm{s}}(u_1, \ldots, u_n \, ; \nabla). \quad (7)$$

Le principe qu'on admet en théorie fonctionnelle du corpuscule unique [2] selon lequel l'équation de l'onde physique u est

$$\mathfrak{L}u = Q$$

si dans le problème correspondant de Mécanique ondulatoire usuelle l'équation d'onde est

$$\mathfrak{L}\psi = 0$$

nous conduit à admettre pour les systèmes ce principe plus faible :

Postulat VI. — *L'opérateur $\mathfrak{L}_{j0}$ qui figure dans l'équation de l'onde u_{j0} d'un corpuscule d'un système S_j formé d'un seul corpuscule est de la forme*

$$\mathfrak{L}_{j0} = \mathcal{H}_{0j} + i\hbar \frac{\partial}{\partial t}$$

où $\mathcal{H}_{0j}$ est un opérateur ne contenant pas $\partial/\partial t$ et $\hbar$ une constante (en fait $2\pi\hbar = h$ constante de Planck).

En séparant le terme en $\partial/\partial t$, l'équation (7) devient alors

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} u_j = Q_{j0} + Q_{j\mathrm{s}} - (\mathcal{H}_{0j} + \mathfrak{R}_{j\mathrm{s}}) u_j. \qquad (8)$$

7. **Équation de l'onde moyenne.** — A partir de l'équation (8) et de la relation (2), nous pouvons écrire une équation d'évolution pour l'onde moyenne $u_{a(\mathrm{E}_k)}$. En posant $a_j =_d a((u_j))$ pour simplifier l'écriture de (2), nous avons

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} u_{a(\mathrm{E}_k)} = \frac{1}{a(E_k)} \sum_{j \in e_k} i\hbar a_j \frac{\partial u_j}{\partial t}. \qquad (9)$$

Posons encore pour simplifier l'écriture

$$a(E_k) Q_{a(\mathrm{E}_k)} = \sum_j a_j \, Q_j$$

d'où à partir de (9), de (8) et (4) l'équation

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} u_{a(\mathrm{E}_k)} = Q_{a(\mathrm{E}_k)} - \frac{1}{a(E_k)} \sum_{j \in e_k} [a_j \, b_j (\mathcal{H}_{0j} + \mathfrak{R}_{j\mathrm{s}}) \, u_{a(\mathrm{E}_k)} + a_j (\mathcal{H}_{0j} + \mathfrak{R}_{j\mathrm{s}}) u_{ra(\mathrm{E}_k),j}]. \qquad (10)$$

En général, il n'y a pas séparation entre le mouvement de l'onde moyenne et le mouvement autour de l'onde moyenne ; pour qu'il y ait séparation, il faut que des conditions exceptionnelles soient réalisées.

8. **Équation d'une onde d'écart.** — A partir de la définition (3) d'une onde d'écart, en dérivant par rapport au temps, puis en remplaçant $\frac{\partial u_j}{\partial t}$ et $\frac{\partial}{\partial t} u_{a(\mathrm{E}_k)}$ par leurs expressions données par les équations (8) et (10), en remplaçant u_j par son expression (4), enfin en mettant à part les termes d'indice j et en regroupant les autres termes, nous obtenons une équation pour l'onde d'écart :

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} u_{ra(\mathrm{E}_k),j} = \left(1 - \frac{a_j b_j}{a(E_k)}\right) [Q_j - (\mathcal{H}_{0j} + \mathfrak{R}_{j\mathrm{s}}) \, u_{ra(\mathrm{E}_k),j}]$$

$$+ b_j \left[\sum_{l \in e_k - (j)} \frac{a_l \, b_l}{a(E_k)} (\mathcal{H}_{0l} + \mathfrak{R}_{l\mathrm{s}}) - \mathcal{H}_{0j} + \mathfrak{R}_{j\mathrm{s}}\right] u_{a(\mathrm{E}_k)}$$

$$+ \frac{b_j}{a(E_k)} \sum_{l \in e_k - (j)} a_l [(\mathcal{H}_{0l} + \mathfrak{R}_{l\mathrm{s}}) \, u_{ra(\mathrm{E}_k),l} - Q_l].$$

Dans l'équation d'une fonction $u_{ra(E_k),j}$, il intervient l'onde moyenne $u_{a(E_k)}$ et toutes les autres ondes d'écart $u_{ra(E_k),l}$; en outre, il y a l'équation de liaison (5) correspondant au fait que s'il y a p corpuscules dans l'ensemble E_k, on fait intervenir l'onde moyenne et p ondes d'écart, d'où une surabondance que cette équation élimine.

9. **Le principe de la masse.** — Toutes les considérations des paragraphes précédents s'étendent au cas où l'on tient compte des conditions de relativité. Maintenant, nous allons introduire des conditions strictement non relativistes. Tout d'abord il nous faut faire intervenir la masse des corpuscules.

Nous admettrons alors le principe suivant qui dérive du principe de la théorie fonctionnelle du corpuscule unique énoncé au § 6 :

Principe de la masse. — *Si un système est constitué d'un seul corpuscule, alors l'opérateur* $\mathcal{H}_{0j}$ *est formé de la somme de deux termes*

$$\mathcal{H}_{0j} = \mathfrak{T}_{0j} + \mathcal{V}_{0j}$$

l'opérateur $\mathfrak{T}_{0j}$ (dit terme d'énergie cinétique ou encore terme du mouvement inertial) *est de la forme suivante* :

$$\mathfrak{T}_j = -\frac{\hbar^2}{2m_j}\Delta$$

où $\hbar$ *est la constante introduite par le postulat* VI *et* m_j *une constante* (servant à caractériser l'espèce de corpuscule) *appelée « masse du corpuscule »*.

L'opérateur $\mathcal{V}_{0j}$ *est un opérateur ne contenant pas* Δ *dit terme du champ extérieur*.

Lorsque $\mathcal{V}_{0j} = 0$, le corpuscule est dit *en mouvement inertial* et dans ce cas l'opérateur $\mathcal{H}_{0j}$ se réduit à $\mathcal{H}_{00j}$ avec $\mathcal{H}_{00j} = \mathfrak{T}_j$.

Avec ce principe, l'équation de la fonction u_j du corpuscule C_j du système S prend la forme :

$$i\hbar\frac{\partial u_j}{\partial t} = Q_{j0} + Q_{jR} + \frac{\hbar^2}{2m_j}\Delta u_j - (\mathcal{V}_{0j} + \mathfrak{R}_j)\,u_j.$$

L'équation (10) d'une onde moyenne prend alors la forme

$$i\hbar\frac{\partial}{\partial t}u_{a(E_k)} = Q_{a(E_k)} - \frac{1}{a(E_k)}\sum_{j\in e_k}\left[a_j\,b_j\left(-\frac{\hbar^2}{2m_j}\Delta + \mathcal{V}_{0j} + \mathfrak{R}_{j}\mathrm{S}\right)u_{a(E_k)} + a_j\left(-\frac{\hbar^2}{2m_j}\Delta + \mathcal{V}_{0j} + \mathfrak{R}_j\mathrm{S}\right)u_{ra(E_k),j}\right].$$

10. **Onde moyenne pondérée par les masses.** — Le choix des coefficients a_j et b_j, c'est-à-dire le choix des fonctions $a(E)$ et $b(C)$ n'est pas fixé ; on doit satisfaire seulement à la condition (6). Si l'on veut se rapprocher de la définition classique du barycentre, on devra choisir pour a_j et b_j des fonctions de m_j, soit

$$a_j = a((u_j)) = a_1(m_j), \qquad b_j = b(C_j) = b_1(m_j),$$

les fonctions a_1 et b_1 ayant des valeurs positives pour m_j positif.

Pour avoir une onde moyenne se rapprochant le plus possible d'une onde qui correspond à un barycentre, on doit poser

$$a_j = m_j, \qquad b_j = 1, \qquad \mathfrak{M}(E) = \sum_{j\in e} m_j.$$

Ce choix définit l'*onde moyenne pondérée* sur une partie E de corpuscules de même classe d'un système S, soit

$$u_{G(E)} =_d \sum_{j\in e}\frac{m_j}{\mathfrak{M}(E)}u_j, \qquad u_j = u_{G(E)} + u_{rG(E),j}$$

alors

$$Q_{G(E)} = \sum_{j\in e}\frac{m_j}{\mathfrak{M}(E)}Q_j = \sum_{j\in e}\frac{m_j}{\mathfrak{M}(E)}(Q_{j0} + Q_{jk}).$$

De (5), on tire

$$\sum_{j\in e} m_j\,u_{rG(E),j} = 0, \qquad \sum_{j\in e}\frac{a_j\,b_j}{m_j} = \sum_{j\in e} b_j = n(E)$$

en désignant par $n(E)$ le nombre de corpuscules de la partie E. L'équation de l'onde moyenne pondérée prend alors la forme

$$i\hbar\frac{\partial u_{G(E)}}{\partial t} = Q_{G(E)} + \frac{\hbar^2\,n(E)}{2\,\mathfrak{M}(E)}\Delta u_{G(E)} - \left[\sum_{j\in e}\frac{m_j}{\mathfrak{M}(E)}(\mathcal{V}_{0j} + \mathfrak{R}_j)\right]u_{G(E)} + \frac{\hbar^2}{2\mathfrak{M}(E)}\Delta\sum_{j\in e}u_{rG(E),j} - \sum_{j\in e}\frac{m_j}{\mathfrak{M}(E)}(\mathcal{V}_{0j} + \mathfrak{R}_j)\,u_{rG(E),j}.$$

11. **Onde moyenne uniforme.** — Un autre choix de la fonction $a(E)$ s'obtient en posant

$$a_j = a((u_j)) = 1.$$

Nous avons alors comme onde moyenne

$$u_M = \frac{1}{n}\sum_j u_j.$$

On a

$$\sum_j a_j\,b_j = n, \qquad \sum_j u_{rM,j} = 0, \qquad Q_M = \frac{1}{n}\sum_j Q_j$$

d'où l'équation

$$i\hbar\frac{\partial u_M}{\partial t} = Q_M + \frac{\hbar^2}{2n}\left(\sum_j\frac{b_j}{m_j}\right)\Delta u_M - \frac{1}{n}\sum_j b_j(\mathcal{V}_{0j} + \mathfrak{R}_j)\,u_M + \frac{\hbar^2}{2n}\Delta\left(\sum_j\frac{1}{m_j}u_{rM,j}\right) - \frac{1}{n}\sum_j(\mathcal{V}_{0j} + \mathfrak{R}_j)\,u_{rM,j}. \quad (11)$$

Un premier choix des coefficients b_j sera le choix uniforme, d'où

$$b_j = 1, \qquad u_{rM,j} = u_j - u_M \quad (12)$$

posons

$$\frac{1}{\mu} = \frac{1}{n} \sum \frac{1}{m_j}$$

d'où l'équation

$$i\hbar \frac{\partial u_M}{\partial t} = Q_M + \frac{\hbar^2}{2\mu} \Delta u_M - \frac{1}{n} \left[\sum_j (\mathcal{V}_{0j} + \mathfrak{R}_j) \right] u_M + \frac{\hbar^2}{2n} \Delta \left(\sum_j \frac{1}{m_j} u_{rM,j} \right) - \frac{1}{n} \sum (\mathcal{V}_{0j} + \mathfrak{R}_j) u_{rM,j}.$$

Un second choix des coefficients b_j sera celui correspondant à une pondération par les masses

$$b_j = n \frac{m_j}{\mathfrak{M}}$$

alors

$$\sum_j a_j b_j = \sum_j b_j = n, \qquad u_{rMb,j} = u_j - n \frac{m_j}{\mathfrak{M}} u_M \quad (13)$$

donc la condition (5) est bien remplie ; on a alors comme équation

$$i\hbar \frac{\partial u_M}{\partial t} = Q_M + \frac{\hbar^2 n}{2\mathfrak{M}} \Delta u_M - \frac{1}{\mathfrak{M}} \left[\sum_j m_j (\mathcal{V}_{0j} + \mathfrak{R}_j) \right] u_M + \frac{\hbar^2}{2n} \Delta \left(\sum_j \frac{1}{m_j} u_{rMb,j} \right) - \frac{1}{n} \sum_j (\mathcal{V}_{0j} + \mathfrak{R}_j) u_{rMb,j}.$$

Quel que soit le choix des b_j, les valeurs de a_j, u_M, Q_M demeurent les mêmes, seuls changent les écarts $u_{rMb,j}$. En comparant (12) et (13), on voit que

$$u_{rMb,j} = \frac{\mathfrak{M} - n \cdot m_j}{\mathfrak{M}} u_M + u_{rM,j}.$$

12. **Onde somme.** — Définissons l'onde somme sur un ensemble E de corpuscules de même classe comme la fonction $u_{S(E)}$ telle que

$$u_{S(E)} =_d \sum_{j \in e} u_j$$

alors

$$u_j = b_{Sj} u_{S(E)} + u_{rS,j}.$$

Cette onde somme n'est pas une onde moyenne mais est liée à l'onde moyenne uniforme. On a en effet

$$u_{S(E)} = n(E) \cdot u_{M(E)},$$

d'où immédiatement l'équation de l'onde somme à partir de l'équation (11) de $u_{M(E)}$. A chaque choix de constantes b_j pour l'onde moyenne uniforme correspond un choix pour les constantes b_{Sj} avec

$$b_{Sj} = \frac{1}{n} b_j.$$

13. **Cas de corpuscules de même masse.** — Si l'ensemble E de corpuscules de même classe que l'on considère ont tous la même masse, alors on a

$$u_{G(E)} = u_{M(E)} = \frac{1}{n(E)} u_{S(E)}.$$

Dans ce cas, l'équation de l'onde moyenne se réduit à

$$i\hbar \frac{\partial u_M}{\partial t} = Q_M + \frac{\hbar^2}{2m} \Delta u_M - \frac{1}{n} \sum_j (\mathcal{V}_{0j} + \mathfrak{R}_j) u_M - \sum_j \frac{1}{n} (\mathcal{V}_{0j} + \mathfrak{R}_j) u_{r,j}$$

car la somme des termes en $\Delta u_{r,j}$ disparaît en vertu de (5).

Conclusion. — En théorie fonctionnelle des systèmes de corpuscules on est conduit à définir des ondes moyennes et l'onde somme sur un ensemble E de corpuscules de même classe (c'est-à-dire de même spin et même isospin). Ces ondes permettent d'exprimer certaines propriétés globales du système. En particulier, l'onde moyenne pondérée permet d'exprimer ce qui subsiste en théorie fonctionnelle des propriétés du type 2° du barycentre.

Manuscrit reçu le 23 janvier 1959.

BIBLIOGRAPHIE

[1] Aeschlimann (F.), *J. Physique Rad.*, 1959.
[2] Destouches (J. L.), La quantification en théorie fonctionnelle des corpuscules. Gauthier-Villars, Paris, 1956, p. 24. Corpuscules et champs en théorie fonctionnelle. Gauthier-Villars, 1958, p. 21.

INVERSION DE MASSE ET SOLUTIONS DES ÉQUATIONS DE DIRAC

Par K. H. TZOU,
Institut Henri-Poincaré, Paris.

Résumé. — On identifie les solutions des équations de Dirac engendrées par l'opération inversion de masse M et par les opérateurs MG, G étant le groupe de symétrie $\{ I, P, T, C$, et combinaisons $\}$.

Abstract. — In Dirac's theory, solutions generated by the mass reversal operation M and by the operators MG are identified, G being the symmetry group $\{ I, P, T, C$, and combinations $\}$.

1. Introduction. Inversion de masse. — Dans l'équation de Dirac,

$$\gamma_\mu(\partial_\mu - ieA_\mu(x))\,\Psi(\varkappa, e, x) + \varkappa\Psi(\varkappa, e, x) = 0, \qquad (1)$$

le signe devant le terme de masse $\varkappa$ peut être aussi bien « moins » que « plus ». Les deux possibilités sont entièrement équivalentes au point de vue physique. La théorie de Dirac est en fait invariante par rapport à la substitution

$$M : \varkappa \to -\varkappa,$$

si, sous M,

$$A_\mu(x) \to A_\mu(x), \qquad (2)$$

$$\Psi(\varkappa, e, x) \to \gamma_5\,\Psi(-\varkappa, e, x).$$

Les conséquences de cette invariance dans l'interaction universelle de Fermi ont été étudiées par Tiomno sous l'hypothèse de la conservation de parité [1] et par Sakurai sans conservation de parité [2].

Nous nous intéresserons aux relations entre les solutions de l'équation (1) avec signe + devant $\varkappa$ d'une part et celles de l'équation avec signe — devant $\varkappa$ d'autre part. En d'autres termes, si $\Psi(\varkappa, e, x)$ est une solution de l'équation (1) et représente un certain état bien défini, nous déduirons la solution engendrée par M et puis identifierons l'état qu'elle représente.

Nous avons étudié la pareille question sous le groupe G_L composé d'opérateurs L, P, T, C et surtout sous le sous-groupe G, groupe de symétrie composé de P, T, C [3]. (Cet article sera désigné ultérieurement comme A, où l'on trouve les définitions de tous ces opérateurs.) Dans la théorie de l'électron de Dirac, ces groupes doivent être complétés par M de sorte que les groupes complets sont enfin

$$\mathcal{G}_L = \{ L, P, T, C, M, \text{et combinaisons} \}$$
$$= \{ G_L, MG_L \},$$
$$\mathcal{G} = \{ I, P, T, PT, C, CP, CT, CPT, M, MP, MT, MPT, MC, MCP, MCT, MCPT \}$$
$$= \{ G, MG \}.$$

Nous déduirons alors toutes les solutions engendrées par le groupe de symétrie $\mathcal{G}$ à partir d'une solution donnée et identifierons les états qu'elles représentent.

Nous avons montré dans A qu'à partir d'un état quantique donné, le groupe G et le groupe L engendrent tous les états du problème considéré, si G et L lui sont entièrement applicables. En fait, M n'engendrera aucun état nouveau comme nous allons le montrer plus loin. Dans cette note, nous nous bornerons aux solutions engendrées par MG, celles engendrées par G et L ayant été étudiées déjà dans A.

2. Solutions engendrées par MG_L et MG. — Nous avons défini dans A-§ 2 les opérateurs L, P, T, C, $\Lambda = \{ L, P, LP \}$ et $\overline{\Lambda} = \Lambda T$. Si les propriétés fonctionnelles des $A_\mu(x)$ satisfont aux conditions A-(9), A-(10) et (2), nous pouvons démontrer le théorème suivant : Si $\Psi(\varkappa, e, x)$ est une solution de l'équation (1), alors

$$(M\,\Lambda)\,\Psi(\varkappa, e, x) \equiv \Omega_{M\Lambda}\,\Psi(-\varkappa, e, \Lambda x), \qquad (3a)$$

$$(MC\,\Lambda)\,\Psi(\varkappa, e, x) \equiv \Omega_{MC\Lambda}\,\overline{\Psi}^T(-\varkappa, -e, \Lambda x), \qquad (3b)$$

$$(M\,\overline{\Lambda})\,\Psi(\varkappa, e, x) \equiv \Omega_{M\overline{\Lambda}}\,\overline{\Psi}^T(-\varkappa, e, \overline{\Lambda}x), \qquad (3c)$$

$$(MC\,\overline{\Lambda})\,\Psi(\varkappa, e, x) \equiv \Omega_{MC\overline{\Lambda}}\,\Psi(-\varkappa, -e, \overline{\Lambda}x), \qquad (3d)$$

sont aussi des solutions de cette équation. Les Ω sont des matrices 4-4 qui ne sont en général pas unitaires ni hermitiennes. Elles satisfont aux conditions

$$\Omega_{M\Lambda}\,\gamma_\mu\,\Omega_{M\Lambda}^{-1} = -\lambda_{\mu\nu}\,\gamma_\nu, \qquad (4a)$$

$$\Omega_{MC\Lambda}\,\gamma_\mu^{\mathrm{T}}\,\Omega_{MC\Lambda}^{-1} = \lambda_{\mu\nu}\,\gamma_\nu, \qquad (4b)$$

$$\Omega_{M\overline{\Lambda}}\,\gamma_\mu^{\mathrm{T}}\,\Omega_{M\overline{\Lambda}}^{-1} = \overline{\lambda}_{\mu\nu}\,\gamma_\nu, \qquad (4c)$$

$$\Omega_{MC\overline{\Lambda}}\,\gamma_\mu\,\Omega_{MC\overline{\Lambda}}^{-1} = -\overline{\lambda}_{\mu\nu}\,\gamma_\nu. \qquad (4d)$$

(Pour les coefficients λ et $\overline{\lambda}$, voir A-§ 2.) Les spineurs (3) sont les solutions engendrées de $\Psi(\varkappa, e, x)$ par MG_L.

Nous nous intéresserons surtout aux solutions

engendrées par MG, qui sont les huit spineurs suivants :

$$(M)\ \Psi(\varkappa, e, \boldsymbol{r}, t) \equiv \Gamma_M\, \Psi(-\varkappa, e, \boldsymbol{r}, t), \quad (5a)$$

$$(MP)\ \Psi(\varkappa, e, \boldsymbol{r}, t) \equiv \Gamma_{MP}\, \Psi(-\varkappa, e, -\boldsymbol{r}, t), \quad (5b)$$

$$(MT)\ \Psi(\varkappa, e, \boldsymbol{r}, t) \equiv \Gamma_{MT}\, \overline{\Psi}^T(-\varkappa, e, \boldsymbol{r}, -t), \quad (5c)$$

$$(MPT)\ \Psi(\varkappa, e, \boldsymbol{r}, t) \equiv \Gamma_{MPT}\, \overline{\Psi}^T(-\varkappa, e, -\boldsymbol{r}, -t), \quad (5d)$$

$$(MC)\ \Psi(\varkappa, e, \boldsymbol{r}, t) \equiv \Gamma_{MC}\, \overline{\Psi}^T(-\varkappa, -e, \boldsymbol{r}, t), \quad (5e)$$

$$(MCP)\ \Psi(\varkappa, e, \boldsymbol{r}, t) \equiv \Gamma_{MCP}\, \overline{\Psi}^T(-\varkappa, -e, -\boldsymbol{r}, t), \quad (5f)$$

$$(MCT)\ \Psi(\varkappa, e, \boldsymbol{r}, t) \equiv \Gamma_{MCT}\, \Psi(-\varkappa, -e, \boldsymbol{r}, -t), \quad (5g)$$

$$(MCPT)\ \Psi(\varkappa, e, \boldsymbol{r}, t) \equiv \Gamma_{MCPT}\, \Psi(-\varkappa, -e, -\boldsymbol{r}, -t). \quad (5h)$$

Les matrices Γ sont déterminées par les conditions

$$\Gamma_M\, \gamma_\mu\, \Gamma_M^{-1} = -\gamma_\mu\,; \quad (6a)$$

$$\Gamma_{MP}\, \boldsymbol{\gamma}\ \Gamma_{MP}^{-1} = \boldsymbol{\gamma}, \quad \Gamma_{MP}\, \gamma_4\, \Gamma_{MP}^{-1} = -\gamma_4\,; \quad (6b)$$

$$\Gamma_{MT}\, \boldsymbol{\gamma}^T\, \Gamma_{MT}^{-1} = \boldsymbol{\gamma}, \quad \Gamma_{MT}\, \gamma_4^T\, \Gamma_{MT}^{-1} = -\gamma_4\,; \quad (6c)$$

$$\Gamma_{MPT}\, \gamma_\mu^T\, \Gamma_{MPT}^{-1} = -\gamma_\mu\,; \quad (6d)$$

$$\Gamma_{MC}\, \gamma_\mu^T\, \Gamma_{MC}^{-1} = \gamma_\mu\,; \quad (6e)$$

$$\Gamma_{MCP}\, \boldsymbol{\gamma}^T\, \Gamma_{MCP}^{-1} = -\boldsymbol{\gamma}, \quad \Gamma_{MCP}\, \gamma_4^T\, \Gamma_{MCP}^{-1} = \gamma_4\,; \quad (6f)$$

$$\Gamma_{MCT}\, \boldsymbol{\gamma}\ \Gamma_{MCT}^{-1} = -\boldsymbol{\gamma}, \quad \Gamma_{MCT}\, \gamma_4\, \Gamma_{MCT}^{-1} = \gamma_4\,; \quad (6g)$$

$$\Gamma_{MCPT} = 1. \quad (6h)$$

Toutes les Γ peuvent être unitaires et hermitiennes. En ce qui suit, nous les supposerons toujours ainsi.

L'identification des états que représentent les huit solutions (5) engendrées par MG dépend, comme nous l'avons indiqué dans A, des grandeurs constantes de mouvement du problème physique considéré. Nous étudierons à ce propos aux paragraphes suivants deux exemples simples comme dans A : onde plane monochromatique et électron dans un champ central électrostatique.

3. Onde plane monochromatique. — Les constantes de mouvement sont ici les trois composantes de la quantité de mouvement $\boldsymbol{p}$. A un $\boldsymbol{p}$ donné correspondent deux solutions (à énergie positive et négative)

$$\Psi^{(\pm)}(\boldsymbol{p}\,; \varkappa, \boldsymbol{r}, t) = u^{(\pm)}(\boldsymbol{p}\,; \varkappa)\, e^{i(\mathbf{p}.\mathbf{r} \mp Et)},$$

$$(E = +\sqrt{p^2 + \varkappa^2}).$$

Les u satisfont aux équations

$$(\boldsymbol{\gamma}\,\boldsymbol{p} \pm i\,\gamma_4\, E)\, u^{(\pm)}(\boldsymbol{p}\,; \varkappa) = i\,\varkappa\, u^{(\pm)}(\boldsymbol{p}\,; \varkappa),$$

$$(\boldsymbol{\gamma}^T.\boldsymbol{p} \pm i\,\gamma_4^T\, E)\, \overline{u^{(\pm)}}^T(\boldsymbol{p}\,; \varkappa) = i\,\varkappa\, \overline{u^{(\pm)}}^T(\boldsymbol{p}\,; \varkappa).$$

Sous M, ces équations deviennent

$$(\boldsymbol{\gamma}\,\boldsymbol{p} \pm i\,\gamma_4\, E)\, u^{(\pm)}(\boldsymbol{p}\,; -\varkappa) = -\,i\,\varkappa\, u^{(\pm)}(\boldsymbol{p}\,; -\varkappa),$$

$$(\boldsymbol{\gamma}^T\,\boldsymbol{p} \pm i\,\gamma_4^T\, E)\, \overline{u^{(\pm)}}^T(\boldsymbol{p}\,; -\varkappa) = -\,i\,\varkappa\, \overline{u^{(\pm)}}^T(\boldsymbol{p}\,; -\varkappa).$$

L'opération de Γ_M sur l'avant-dernière équation nous donne

$$(\boldsymbol{\gamma}.\boldsymbol{p} \pm i\,\gamma_4\, E)\, \Gamma_M\, u^{(\pm)}(\boldsymbol{p}\,; -\varkappa) = i\,\varkappa\, \Gamma_M\, u^{(\pm)}(\boldsymbol{p}\,; -\varkappa).$$

On arrive donc à l'identification

$$\Gamma_M\, u^{(\pm)}(\boldsymbol{p}\,; -\varkappa) \approx u^{(\pm)}(\boldsymbol{p}\,; \varkappa), \quad (7)$$

identité aux constantes de normalisation près.

M n'engendre donc ni changement d'état d'énergie ni changement de $\boldsymbol{p}$.

En combinant ce fait avec les règles d'identification données dans A-§ 4, nous pouvons identifier les solutions (5) comme suit :

$$(M)\ \Psi^{(+)}(\boldsymbol{p}\,; \varkappa, \boldsymbol{r}, t) \approx (MPT)\ \Psi^{(+)}(\boldsymbol{p}\,; \varkappa, \boldsymbol{r}, t) \approx \Psi^{(+)}(\boldsymbol{p}\,; \varkappa, \boldsymbol{r}, t), \quad (8a)$$

$$(MP)\ \Psi^{(+)}(\boldsymbol{p}\,; \varkappa, \boldsymbol{r}, t) \approx (MT)\ \Psi^{(+)}(\boldsymbol{p}\,; \varkappa, \boldsymbol{r}, t) \approx \Psi^{(+)}(-\boldsymbol{p}\,; \varkappa, \boldsymbol{r}, t), \quad (8b)$$

$$(MC)\ \Psi^{(+)}(\boldsymbol{p}\,; \varkappa, \boldsymbol{r}, t) \approx (MCPT)\ \Psi^{(+)}(\boldsymbol{p}\,; \varkappa, \boldsymbol{r}, t) \approx \Psi^{(-)}(-\boldsymbol{p}\,; \varkappa, \boldsymbol{r}, t), \quad (8c)$$

$$(MCP)\ \Psi^{(+)}(\boldsymbol{p}\,; \varkappa, \boldsymbol{r}, t) \approx (MCT)\ \Psi^{(+)}(\boldsymbol{p}\,; \varkappa, \boldsymbol{r}, t) \approx \Psi^{(-)}(\boldsymbol{p}\,; \varkappa, \boldsymbol{r}, t). \quad (8d)$$

Les solutions engendrées par MG sont donc exactement les mêmes que celles engendrées par G (cf. A-25)).

Si l'on veut préciser l'état de polarisation dans un système de Lorentz donné, c'est-à-dire la valeur propre s ($= 1/2, -1/2$) de la composante longitudinale du 3-vecteur spin, $\sigma_p/2 = \boldsymbol{\sigma}.\boldsymbol{p}/2|\boldsymbol{p}|$, les solutions engendrées par MG sont encore les mêmes que celles engendrées par G, car, du fait que M n'engendre pas de changement de $\boldsymbol{p}$, M n'engendre pas non plus de changement de moment cinétique. En effet, nous avons, avec $\bar{s} = -s$,

$$(M)\ \Psi^{(+)(s)}(\boldsymbol{p}\,; \varkappa, \boldsymbol{r}, t) \approx \Psi^{(+)(s)}(\boldsymbol{p}\,; \varkappa, \boldsymbol{r}, t), \quad (9a)$$

$$(MP)\ \Psi^{(+)(s)}(\boldsymbol{p}\,; \varkappa, \boldsymbol{r}, t) \approx \Psi^{(+)(s)}(-\boldsymbol{p}\,; \varkappa, \boldsymbol{r}, t), \quad (9b)$$

$$(MT)\ \Psi^{(+)(s)}(\boldsymbol{p}\,; \varkappa, \boldsymbol{r}, t) \approx \Psi^{(+)(\bar{s})}(-\boldsymbol{p}\,; \varkappa, \boldsymbol{r}, t), \quad (9c)$$

$$(MPT)\ \Psi^{(+)(s)}(\boldsymbol{p}\,; \varkappa, \boldsymbol{r}, t) \approx \Psi^{(+)(\bar{s})}(\boldsymbol{p}\,; \varkappa, \boldsymbol{r}, t), \quad (9d)$$

$$(MC)\ \Psi^{(+)(s)}(\boldsymbol{p}\,; \varkappa, \boldsymbol{r}, t) \approx \Psi^{(-)(\bar{s})}(-\boldsymbol{p}\,; \varkappa, \boldsymbol{r}, t), \quad (9e)$$

$$(MCP)\ \Psi^{(+)(s)}(\boldsymbol{p}\,; \varkappa, \boldsymbol{r}, t) \approx \Psi^{(-)(\bar{s})}(\boldsymbol{p}\,; \varkappa, \boldsymbol{r}, t), \quad (9f)$$

$$(MCT)\ \Psi^{(+)(s)}(\boldsymbol{p}\,; \varkappa, \boldsymbol{r}, t) \approx \Psi^{(-)(s)}(\boldsymbol{p}\,; \varkappa, \boldsymbol{r}, t), \quad (9g)$$

$$(MCPT)\ \Psi^{(+)(s)}(\boldsymbol{p}\,; \varkappa, \boldsymbol{r}, t) \approx \Psi^{(-)(s)}(-\boldsymbol{p}\,; \varkappa, \boldsymbol{r}, t). \quad (9h)$$

On peut vérifier les identifications (8) et (9) par calculs directs en adoptant des solutions explicites de $u^{(\pm)(s)}(\boldsymbol{p}\,; \varkappa)$ et $u^{(\pm)(s)}(\boldsymbol{p}\,; -\varkappa)$.

4. Électron dans un champ central électrostatique. — Dans ce cas, les constantes de mouvement sont énergie $\pm E_{nj}$, moment cinétique total $|\boldsymbol{J}| = \sqrt{j(j+1)}$ et une composante de celui-ci,

$J_z = m$. Conformément au fait que l'opération M n'engendre ni changement d'état d'énergie ni changement de quantité de mouvement, elle n'engendre aucun changement du moment cinétique $\boldsymbol{J}$.

Ainsi, M ne change ni n, ni j, ni m dans le problème du champ central.

En combinant cette règle avec celles citées dans A-§ 5, les huit solutions (5) engendrées par MG s'identifient de la manière suivante : ($\bar{m} = -m$)

$$(M)\ \Psi^{(+)}_{njm}(\varkappa, e, \boldsymbol{r}, t) \approx (MP)\ \Psi^{(+)}_{njm}(\varkappa, e, \boldsymbol{r}, t) \approx \Psi^{(+)}_{njm}(\varkappa, e, \boldsymbol{r}, t), \quad (10a)$$

$$(MT)\ \Psi^{(+)}_{njm}(\varkappa, e, \boldsymbol{r}, t) \approx (MPT)\ \Psi^{(+)}_{njm}(\varkappa, e, \boldsymbol{r}, t) \approx \Psi^{(+)}_{nj\bar{m}}(\varkappa, e, \boldsymbol{r}, t), \quad (10b)$$

$$(MC)\ \Psi^{(+)}_{njm}(\varkappa, e, \boldsymbol{r}, t) \approx (MCP)\ \Psi^{(+)}_{njm}(\varkappa, e, \boldsymbol{r}, t) \approx \Psi^{(-)}_{nj\bar{m}}(\varkappa, e, \boldsymbol{r}, t), \quad (10c)$$

$$(MCT)\ \Psi^{(+)}_{njm}(\varkappa, e, \boldsymbol{r}, t) \approx (MCPT)\ \Psi^{(+)}_{njm}(\varkappa, e, \boldsymbol{r}, t) \approx \Psi^{(-)}_{njm}(\varkappa, e, \boldsymbol{r}, t). \quad (10d)$$

Comme dans le cas de l'onde plane monochromatique, les solutions engendrées par MG sont ici aussi les mêmes que celles engendrées par G.

Les solutions $\Psi^{(\pm)}_{njm}(\varkappa, e, \boldsymbol{r}, t)$ sont en général caractérisées par deux constantes de normalisation. Si nous les décomposons d'après ces constantes, c'est-à-dire (cf. A-(36)),

$$\Psi^{(\pm)}_{njm}(\varkappa, e, \boldsymbol{r}, t) = \Psi^{(\pm)(s)}_{njm}(\varkappa, e, \boldsymbol{r}, t) + \Psi^{(\pm)(\bar{s})}_{njm}(\varkappa, e, \boldsymbol{r}, t),$$

$$\left(\bar{s} = -s, \quad s = \frac{1}{2}, \quad -\frac{1}{2}\right)$$

nous avons remarqué dans A-§ 6 que s apparaît dans les grandes composantes de $\Psi^{(\pm)(s)}_{njm}$ sous la forme $Y^{m\pm1/2}_{j-s}(\theta, \varphi)$ et dans les petites composantes sous $Y^{m\pm1/2}_{j+s}(\theta, \varphi)$. Ainsi, dans l'approximation non relativiste, $j - s$ est le moment cinétique orbital de l'électron. Dans tous les cas où énergie est une constante de mouvement, la substitution $\varkappa \to -\varkappa$ entraîne un échange entre grandes et petites composantes, c'est-à-dire que, sous M, $Y^{m\pm1/2}_{j+s}$ deviennent les grandes composantes et $Y^{m\pm1/2}_{j-s}$ les petites. L'opération M engendre donc un changement de s : $s \to \bar{s}$.

Cette règle, avec celles données dans A-§ 6, nous amène à l'identification suivante :

$$(M)\ \Psi^{(+)(s)}_{njm}(\varkappa, e, \boldsymbol{r}, t) \approx (MP)\ \Psi^{(+)(s)}_{njm}(\varkappa, e, \boldsymbol{r}, t) \approx \Psi^{(+)(\bar{s})}_{njm}(\varkappa, e, \boldsymbol{r}, t), \quad (11a)$$

$$(MT)\ \Psi^{(+)(s)}_{njm}(\varkappa, e, \boldsymbol{r}, t) \approx (MPT)\ \Psi^{(+)(s)}_{njm}(\varkappa, e, \boldsymbol{r}, t) \approx \Psi^{(+)(\bar{s})}_{nj\bar{m}}(\varkappa, e, \boldsymbol{r}, t), \quad (11b)$$

$$(MC)\ \Psi^{(+)(s)}_{njm}(\varkappa, e, \boldsymbol{r}, t) \approx (MCP)\ \Psi^{(+)(s)}_{njm}(\varkappa, e, \boldsymbol{r}, t) \approx \Psi^{(-)(s)}_{nj\bar{m}}(\varkappa, e, \boldsymbol{r}, t), \quad (11c)$$

$$(MCT)\ \Psi^{(+)(s)}_{njm}(\varkappa, e, \boldsymbol{r}, t) \approx (MCPT)\ \Psi^{(+)(s)}_{njm}(\varkappa, e, \boldsymbol{r}, t) \approx \Psi^{(-)(s)}_{njm}(\varkappa, e, \boldsymbol{r}, t). \quad (11d)$$

Dans ce cas, les solutions engendrées par MG ne sont pas les mêmes que celles engendrées par G. (Cf. A-(37).)

Dans le problème du champ central, seul le groupe de symétrie complet $\mathcal{G} = \{ G, MG \}$ peut donc engendrer à partir d'une seule solution, $\Psi^{(+)(1/2)}_{njm}$ par exemple, toutes les huit solutions de même n et de même j. Séparément, G ou MG n'y suffit pas.

On peut vérifier explicitement les identifications (10) et (11) avec les solutions de l'atome d'hydrogène par exemple.

5. Conclusion et remarques.

— Si l'on ne considère que les solutions « complètes », solutions à deux constantes de normalisation et relativistes (la décomposition en deux parties d'après ces constantes n'est pas un procédé relativiste), M n'engendre pas de changement d'état. Les états engendrés par MG sont ainsi toujours les mêmes que ceux engendrés par le groupe G. Ce fait donne une raison de plus à l'hypothèse que les interactions des fermions doivent être invariantes par rapport à l'inversion de masse [1], [2].

Cette invariance est en fait l'invariance de chiralité dont les conséquences ont été beaucoup étudiées dans les interactions universelles des fermions [2], [4] et dans les interactions boson-fermion [5]. Dans cette invariance de chiralité, il s'agit bien de l'invariance par rapport à M et non pas de celle à CPT, bien que toutes deux soient caractérisées par la même matrice γ_5, ceci parce que l'opération CPT engendre nécessairement un changement d'état de chaque fermion, mais M n'engendre aucun changement d'état comme nous avons vu plus haut.

Le fait $\Gamma_{MCPT} = 1$ signifie l'invariance absolue de la théorie de Dirac par rapport à $MCPT$. Comme M n'engendre aucun changement d'état de l'électron, l'invariance sous CPT s'ensuit automatiquement. Il en est de même pour tous les champs et même aussi pour les interactions des champs qui sont invariantes par rapport à L. L'invariance CPT peut donc être considérée comme la conséquence de l'invariance absolue $MCPT$ et de la caractéristique de M.

Le principe de l'identification des solutions engendrées par les groupes $\mathcal{G}$ et L n'a été examiné que dans les deux exemples les plus simples dont solutions exactes existent. Dans les problèmes plus compliqués, on a toujours recours aux méthodes d'approximation ou aux solutions d'essai. Dans ce cas, les règles d'identification établies dans A et dans le présent article concernant le groupe de symétrie $\mathcal{G}$ pourraient servir comme des critères pour vérifier si les solutions approchées obtenues ou les solutions d'essai employées sont acceptables ou correctes.

Dans l'équation de Dirac, le terme de masse

pourrait être considéré comme valeur propre d'une cinquième dimension τ, c'est-à-dire celle de l'opérateur — $i\partial/\partial\tau$, la fonction propre étant $e^{i\varkappa\tau}$. Dans ce cas, l'équation de Dirac s'écrira

$$i\partial_\tau \Phi(x, \tau) = \gamma_\mu \partial_\mu \Phi(x, \tau).$$

ou, d'une manière plus symétrique,

$$\rho_\alpha \partial_\alpha \Phi(x_\alpha) = 0,$$

où

$$\rho_\alpha \rho_\beta + \rho_\beta \rho_\alpha = 2\delta_{\alpha\beta}, \qquad (\alpha, \beta = 1, 2, 3, 4, 5)$$

$$\rho_\mu = i\gamma_5 \gamma_\mu, \qquad \rho_5 = \gamma_5.$$

On retrouvera l'équation (1) en prenant, comme solution particulière,

$$\Phi(x_\alpha) \equiv \Phi(x, \tau) = \Psi(\varkappa, x)\, e^{i\varkappa\tau}.$$

Dans cette formulation, l'opérateur M représentera la transformation suivante des coordonnées (ou substitution de variables correspondante) :

$$\boldsymbol{r} \to \boldsymbol{r}, \qquad t \to t, \qquad \tau \to -\tau.$$

M se place dans ce cas au même plan que P et T.

Manuscrit reçu le 22 juin 1959.

BIBLIOGRAPHIE

[1] TIOMNO (J.), *Nuovo Cimento*, 1955, **1**, 226.
[2] SAKURAI (J. J), *Nuovo Cimento*, 1958, **7**, 649.
[3] TZOU (K. H.), *J. Physique Rad* , 1959, **20**, 597. (Cet article est désigné par A dans le texte.)
[4] SUDARSHAN (E. C. G.) et MARSHAK (R. E.), *Phys. Rev.*, 1958, **109**, 1860.
[5] STECH (B.), *Phys. Rev. Lett.*, 1959, **2**, 63. TZOU (K. H.), *C. R. Acad. Sc.*, 1959, **248**, 1300.

LE JOURNAL DE PHYSIQUE ET LE RADIUM TOME 20, DÉCEMBRE 1959, PAGE 937.

ÉTUDE DE LA RELAXATION D'UN ION PARAMAGNÉTIQUE PAR OBSERVATION DE SIGNAUX DE RÉSONANCE NUCLÉAIRE

Par André LANDESMAN,
C. E. N. Saclay.

Résumé. — La polarisation dynamique des protons d'une solution de l'ion paramagnétique $NO(SO_3)_2^{--}$ a été étudiée, théoriquement et expérimentalement, en fonction du champ magnétique. La polarisation des protons dépend de façon sensible du processus de relaxation du spin électronique et permet de déterminer ce processus. Nous avons envisagé les deux modes de relaxation suivants :

a) le spin électronique est couplé au moment magnétique de l'azote, par une interaction hyperfine ; si cette interaction comprend une partie anisotrope, il en résultera un processus de relaxation du spin électronique par suite du mouvement brownien de l'ion en solution ;

b) la relaxation du spin électronique peut se produire par le couplage spin-orbite du spin électronique.

Les résultats expérimentaux ont permis de montrer que la relaxation avait lieu suivant le second processus.

Le phénomène de polarisation dynamique nous a ainsi permis d'étudier la relaxation d'un spin électronique dans un liquide sans utiliser de spectromètre de résonance électronique, par la seule observation de la résonance d'un spin nucléaire couplé au spin électronique étudié.

Abstract. — Dynamic polarization of protons in water containing the paramagnetic ion $NO(SO_3)_2^{--}$ was studied, both theoretically and experimentally, as a function of magnetic field. The enhancement of the proton polarization depends appreciably on the relaxation process of the electron spin and so enables us to decide which is the real relaxation process. We tried the two following processes :

a) The electron spin is coupled with the nitrogen magnetic moment by hyperfine interaction ; if this interaction has an anisotropic part, a relaxation process for the electronic spin will result through the Brownian motion of the ion.

b) The relaxation of the electron spin takes place through spin-orbit coupling of the electron spin.

Experimental results showed that the relaxation took place through the second process.

With the help of dynamic polarization we were able to study the relaxation of an electron spin in a liquid without using any electron resonance spectrometer, simply by observing the resonance of a nuclear spin coupled with the electron spin.

Introduction. — Le phénomène de polarisation dynamique dans les liquides, qui permet d'augmenter un signal de résonance nucléaire dans un rapport considérable [1] a déjà été utilisé pour réaliser un « Maser » à protons [2] et a fourni une méthode de mesure précise du champ magnétique terrestre. Nous allons étudier un nouvel aspect de ce phénomène : l'étude de la relaxation des spins électroniques qui permettent la polarisation dynamique des spins nucléaires. L'observation du signal de résonance nucléaire est en effet un nouveau moyen de détecter les spins électroniques, sans utiliser de spectromètre de résonance électronique.

L'ion paramagnétique que nous avons étudié est l'ion nitrosodisulfonate $NO(SO_3)_2^{--}$. Des expériences de double irradiation ont déjà été effectuées avec cet ion par J. H. Burgess [3], qui saturait une raie électronique et observait la résonance électronique d'une deuxième raie. Le principe de nos expériences est différent : nous saturons une raie électronique et nous observons la résonance d'un spin nucléaire I en interaction avec le spin électronique S. L'interprétation théorique de nos expériences est plus facile ; l'interaction avec le spin I est, pour le spin S, un processus de relaxation négligeable et nous pouvons calculer l'aimantation du spin S comme s'il était soumis au seul champ de radiofréquence qui permet de saturer une raie du spin électronique S.

Nos expériences ont pour but de déterminer le processus de relaxation pour l'ion nitrosodisulfonate. Plusieurs processus de relaxation ont été envisagés par J. P. Lloyd et G. E. Pake [4]. Ces auteurs ont retenu comme mode le plus plausible de relaxation, le couplage spin-orbite ; un autre mode de relaxation n'a pas été envisagé par eux : la relaxation par interaction hyperfine anisotrope du spin S avec le moment magnétique de l'azote. Nous examinerons en détail ces deux modes de relaxation.

Un troisième mode de relaxation pourrait être envisagé : celui qui résulterait d'une anisotropie du facteur g. C'est un processus négligeable pour la raison suivante : des mesures de largeur de raie

ont été effectuées dans un champ magnétique de 13 000 Oe (*) et ont donné des résultats comparables à ceux des mesures de J. P. Lloyd et G. E. Pake, faites à 31,4 Oe. Or, un tel mode de relaxation donnerait un temps de relaxation qui serait donné, en ordre de grandeur, par la formule :

$$1/T \simeq [(g_{//} - g_{\perp})/g]^2 \, \omega_S^2 \, \tau_c \qquad (1)$$

où ω_S est la pulsation de Larmor du spin électronique S et τ_c le temps de corrélation du mouvement de rotation de l'ion en solution, que l'on suppose rapide. La largeur de raie varierait comme le carré du champ magnétique ; comme aucun effet de ce genre n'est observé pour des champs magnétiques inférieurs à 13 000 Oe, on peut en déduire que la relaxation par anisotropie de g est, dans notre cas, un processus négligeable.

1. **Principe de l'étude.** — Étant donné deux spins 1/2 I et S en interaction, il existe entre leurs polarisations $< I_z >$ et $< S_z >$ une relation du type [5], [6] :

$$\frac{d}{dt} < I_z > = -\frac{1}{T_1}\{ < I_z > - I_0 + \rho[< S_z > - S_0] \} \qquad (2)$$

où I_0 et S_0 sont les polarisations à l'équilibre thermique,

T_1 est la temps de relaxation longitudinal des spins I,

ρ est un coefficient sans dimension qui dépend de la nature du couplage entre les spins I et S. Si l'interaction entre les spins I et S n'est pas, pour les spins I, le seul mode de relaxation, nous écrirons de façon plus détaillée :

$$\frac{d}{dt} < I_z > = -\frac{< I_z > - I_0}{T_{10}} - \frac{1}{T_{1S}} \{ < I_z > - I_0 + \rho[< S_z > - S_0] \} \qquad (3)$$

où T_{1S} et T_{10} sont les contributions au temps de relaxation du spin I provenant respectivement de l'interaction avec les spins S et de quelque autre mode de relaxation. Nous pouvons écrire :

$$\frac{d}{dt} < I_z > = -\left(\frac{1}{T_{10}} + \frac{1}{T_{1S}}\right) \left\{ < I_z > - I_0 + \frac{\frac{1}{T_{1S}}}{\frac{1}{T_{10}} + \frac{1}{T_{1S}}} \rho[< S_z > - S_0] \right\}$$

et si T_1 est le temps de relaxation total du spin I

$$\frac{1}{T_1} = \frac{1}{T_{10}} + \frac{1}{T_{1S}}$$

$$\frac{d}{dt} < I_z > = -\frac{1}{T_1} \{ < I_z > - I_0 + f\rho[< S_z > - S_0] \} \qquad (4)$$

où le coefficient f, que nous appelons coefficient de fuite, vaut :

$$f = \frac{(1/T_{1S})}{(1/T_{10}) + (1/T_{1S})} = 1 - \frac{T_1}{T_{10}}. \qquad (5)$$

On généralise l'équation (4) au cas où les spins I et S ne sont plus égaux à 1/2, en convenant que $< I_z >$ et $< S_z >$ sont des polarisations normalisées, égales aux valeurs moyennes des opérateurs I_z et S_z, divisées respectivement par $I(I + 1)$ et $S(S + 1)$, que I_0 et S_0 sont les polarisations normalisées à l'équilibre thermique. L'équation (4) garde alors la même forme et le coefficient ρ reste une grandeur caractéristique de la nature du couplage (I, S). A la température absolue T, la polarisation normalisée I_0 vaut, si ω_I est la pulsation de Larmor du spin I, $\frac{\hbar\, \omega_I}{3kT}$.

Dans le présent travail, le spin I est le spin du noyau d'un liquide contenant un radical libre, l'ion paramagnétique nitrosodisulfonate $ON(SO_3)_2^{2-}$. Le spin I se trouve alors couplé à un système plus compliqué, où le spin électronique S est lui-même couplé par interaction hyperfine au moment magnétique de l'azote.

Dans un champ magnétique dirigé le long d'une

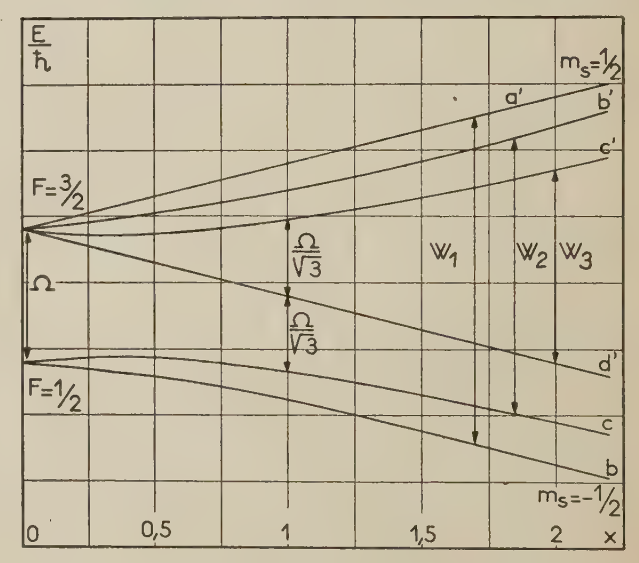


FIG. 1.

Niveaux d'énergie du radical $NO(SO_3)_2^{--}$.

En abscisse est porté le paramètre sans dimension x défini par $\frac{H_0}{x} = \frac{\Omega}{\gamma_S - \gamma_K} = 19{,}5$ Oe.

direction z, les niveaux d'énergie (*fig.* 1) de l'ion paramagnétique sont donnés par les valeurs propres de l'hamiltonien

$$\mathcal{H}_0 = -\hbar H_0(\gamma_S S_z + \gamma_K K_z) + \frac{2\hbar\,\Omega}{2K+1} \boldsymbol{K}.\boldsymbol{S} \qquad (6)$$

où K est le spin nucléaire de l'azote, où γ_S et γ_K

(*) Ces mesures ont été faites par M. Borghini au Service de Physique du Solide et de Résonance Magnétique du C. E. N., Saclay.

TABLEAU N° 1

ÉTATS PROPRES ET VALEURS PROPRES DU RADICAL $NO(SO_3)_2^{--}$

$$r^2 = 1 + \frac{2x}{3} + x^2 \qquad \beta^2 = 1 - \alpha^2 = \frac{1}{2} - \frac{3x+1}{6r}$$

$$x = \frac{(\gamma_S - \gamma_K)\, H_0}{\Omega}$$

$$\rho^2 = 1 - \frac{2x}{3} + x^2 \qquad \beta'^2 = 1 - \alpha'^2 = \frac{1}{2} - \frac{3x-1}{6\rho}$$

$$\alpha, \beta, \alpha', \beta' > 0$$

$\|a'> = \|1, +>$	$\frac{1}{\hbar} E_{a'} = -\frac{\Omega}{6} + \frac{3}{2}\gamma_K H_0 + \frac{\Omega}{2}(1+x)$
$\|b'> = \alpha\|0, +> + \beta\|1, ->$	$\frac{1}{\hbar} E_{b'} = -\frac{\Omega}{6} + \frac{1}{2}\gamma_K H_0 + \frac{\Omega}{2} r$
$\|c'> = \alpha'\|-1, +> + \beta'\|0, ->$	$\frac{1}{\hbar} E_{c'} = -\frac{\Omega}{6} - \frac{1}{2}\gamma_K H_0 + \frac{\Omega}{2} \rho$
$\|d'> = \|-1, ->$	$\frac{1}{\hbar} E_{d'} = -\frac{\Omega}{6} - \frac{3}{2}\gamma_K H_0 + \frac{\Omega}{2}(1-x)$
$\|b> = -\beta\|0, +> + \alpha\|1, ->$	$\frac{1}{\hbar} E_{b} = -\frac{\Omega}{6} + \frac{1}{2}\gamma_K H_0 - \frac{\Omega}{2} r$
$\|c> = -\beta'\|-1, +> + \alpha'\|0, ->$	$\frac{1}{\hbar} E_{c} = -\frac{\Omega}{6} - \frac{1}{2}\gamma_K H_0 - \frac{\Omega}{2} \rho$

sont les rapports gyromagnétiques de l'électron et de l'azote, où $\frac{2\hbar\,\Omega}{2K+1}$ est la constante d'interaction hyperfine. Le spin de l'isotope le plus abondant de l'azote, ^{14}N, est 1 et $\Omega/2\pi = \Delta\nu$ est égal à 54,7 MHz [7].

Dans le domaine des champs magnétiques élevés les spins de l'azote et de l'électron sont découplés ; S_z et K_z sont de bons nombres quantiques. A champ bas, les bons nombres quantiques sont F_z et F^2, $\boldsymbol{F}$ étant le spin résultant $\boldsymbol{F} = \boldsymbol{K} + \boldsymbol{S}$.

Le tableau n° 1 donne, en fonction du champ magnétique, les niveaux d'énergie de l'ion paramagnétique et ses états propres, en prenant pour états de base les états propres de K_z et de S_z.

Les champs tournants que nous utiliserons seront toujours dans un plan perpendiculaire à H_0. De tels champs tournants induiront entre deux niveaux de l'ion paramagnétique, des transitions dont la probabilité sera proportionnelle, toutes choses égales par ailleurs, au carré de l'élément de matrice de l'opérateur $\gamma_S S_x + \gamma_K K_x$ ou, comme $\gamma_S/\gamma_K > 9\,000$, à celui de l'élément de matrice de S_x.

A champ bas la règle de sélection des raies permises est donc $|\Delta F| = 0$ ou 1, $|\Delta m_F| = 1$; à champ élevé la règle de sélection est $|\Delta m_S| = 1$, ce qui donne les trois transitions que nous désignerons dans la suite par W_1, W_2, W_3, respectivement entre les niveaux a' et b, b' et c, c' et d'. En particulier, nous remarquerons pour la suite que les fréquences des transitions $b'c$ et bc' sont égales, pour toutes les valeurs du champ, mais que la seconde n'est permise qu'à champ bas, comme on le voit sur la figure 2. Nous remarquerons aussi que les transitions $c'd'$ et $d'c$ ont lieu, pour

$$x = (\gamma_S - \gamma_K)\, H_0/\Omega = 1,$$

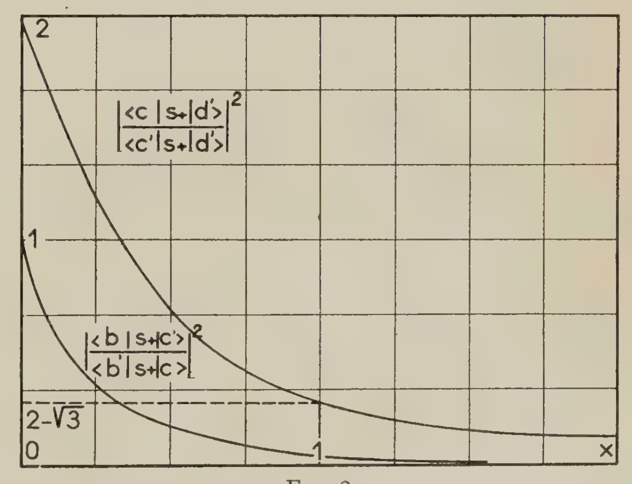


FIG. 2.
Comparaison des probabilités de diverses transitions du système paramagnétique.

Une quantité telle que $\left|\frac{<c|S+|d'>}{<c'|S+|d'>}\right|^2$ représente, toutes choses égales par ailleurs, le rapport des probabilités des transitions cd' et $c'd'$.

à des fréquences égales, et qu'elles sont toutes deux permises à champ bas (*fig.* 2).

Les expériences décrites plus loin consistent à observer la résonance nucléaire des spins I pendant qu'on sature une raie électronique du radical libre, avec un champ de radiofréquence. Si celui-ci est suffisamment intense, on considérera que la saturation est totale, c'est-à-dire que les populations des deux niveaux touchés par la transition saturée, sont égalisées [8].

En réalité, l'aimantation des spins S a une composante importante tournant avec le champ de radiofréquence. Comme la fréquence de ce champ est grande par rapport à la fréquence de Larmor des spins I, l'effet de la composante transversale de l'aimantation des spins S pourra être négligé.

Dès lors le problème théorique qui se pose à nous, comprend deux parties : *a*) calculer la polarisation nucléaire $< I_z >$ pour un ensemble donné de populations des six niveaux du radical, populations supposées pour le moment connues ; *b*) calculer les populations de chaque niveau du système S, lorsqu'on sature une raie de résonance électronique de ce système.

2. **Calcul de la polarisation nucléaire en fonction des populations du système couplé aux noyaux.** — Dans un système de deux spins I et S auxquels s'applique l'équation (4), lorsque, avec un champ de radiofréquence intense, on sature une raie du système S, on impose à $< S_z >$ une valeur différente de S_0 et, en régime permanent, on a :

$$< I_z > = I_0 - f\rho[< S_z > - S_0]. \qquad (7)$$

On est en droit de se demander si l'équation (4) est toujours valable dans notre cas où S_z ne commute pas, à champ bas, avec l'hamiltonien total du système de spins I, S, K. Il est plausible de penser que l'équation (4) peut être étendue à ce cas, si le mouvement relatif des spins I et S est suffisamment rapide ; ceci peut être démontré rigoureusement et nous l'admettrons ici. Si le mouvement relatif des spins I et S est décrit par un temps de corrélation τ_c' nous admettrons que l'équation (4) est valable à champ bas si $1/\tau_c' \gg \Omega$.

Pour le moment nous ne tenons pas compte des fuites de relaxation ($f = 1$). Nous supposons toujours le mouvement rapide (spectre blanc) ; ω_I et ω_S étant les pulsations de Larmor des spins I et S, cela s'exprime en écrivant que :

$$1/\tau_c' \gg \omega_S,\ \omega_I,\ \omega_S \pm \omega_I.$$

Nous supposons que le couplage des spins I et S en solution est un couplage dipolaire. Le coefficient ρ a été calculé avec ces hypothèses [5] ; il vaut 1/2. Dès lors nous pouvons écrire

$$< I_z > = I_0 + \frac{1}{2}[S_0 - < S_z >]. \qquad (8)$$

Il nous reste donc à calculer la quantité $S_0 - < S_z >$.

Soit $n_{a'} \dots n_b$ les populations des niveaux $a' \dots b$ du système électronique, proportionnelles à l'équilibre thermique aux facteurs de Boltzmann. Si on fait l'hypothèse que la température est assez élevée, les populations à l'équilibre thermique s'écrivent

$$n_{a'0} = \frac{1}{6}\left(1 - \frac{E_{a'}}{kT}\right) \dots n_{b0} = \frac{1}{6}\left(1 - \frac{E_b}{kT}\right).$$

Nous avons alors :

$$< S_z > = \frac{1}{S(S+1)} \{ n_{a'} < a'|S_z|a' > + \dots + n_b < b|S_z|b > \}. \qquad (9)$$

Compte tenu des états propres donnés par le tableau n° 1 et si on pose :

$$\tilde{a}' = n_{a'} - n_{a'0} \quad \dots \quad \tilde{b} = n_b - n_{b0}$$

il vient :

$$< S_z > - S_0 = \frac{2}{3} \{ \tilde{a}' - \tilde{d}' + (1 - 2\beta^2)(\tilde{b}' - \tilde{b}) + (1 - 2\beta'^2)(\tilde{c}' - \tilde{c}) \}. \qquad (10)$$

3. **Calcul des populations du système S lorsqu'une raie de résonance électronique de ce système est saturée.** — Nous nous proposons de calculer en fonction du champ magnétique, les populations du système S, lorsqu'on sature une des trois raies W_1, W_2, W_3.

Les populations des deux niveaux entre lesquelles a lieu la transition saturée sont égalisées et, s'il n'y avait pas la relaxation, les populations des quatre autres niveaux resteraient déterminées par les facteurs de Boltzmann ; on trouve ainsi, à l'aide des équations (8) et (10), un ordre de grandeur de la polarisation. A champ élevé cette estimation donne

$$< I_z > = \frac{S_0 - < S_z >}{2} = \frac{S_0}{6}.$$

A une température absolue T telle que $kT \gg \gamma_S \hbar H_0$, S_0 vaut :

$$S_0 = \frac{1}{S(S+1)(2S+1)(2K+1)} \operatorname{Tr}\left(-\frac{S_z \mathcal{H}_0}{kT}\right)$$

avec

$$\mathcal{H}_0 = -\hbar H_0(\gamma_S S_z + \gamma_K K_z) + \frac{2\hbar\Omega}{2K+1}\boldsymbol{K}.\boldsymbol{S}.$$

Comme

$$\operatorname{Tr}(S_z K_z) = \operatorname{Tr}(S_z \boldsymbol{K}.\boldsymbol{S}) = 0$$

$$S_0 = \frac{\gamma_S \hbar H_0}{kTS(S+1)(2S+1)(2K+1)} \operatorname{Tr}(S_z^2)$$

$$= \frac{\gamma_S \hbar H}{3kT} = \frac{\hbar\omega_S}{3kT}.$$

S_0 est indépendant du couplage hyperfin avec le spin K de l'azote et, quel que soit H_0, on a $S_0/I_0 = \frac{\gamma_S}{\gamma_I}$; pour des protons, $S_0/I_0 \simeq -660$. L'estimation faite ci-dessus à champ magnétique élevé donne

$$< I_z > \simeq -110\, I_0.$$

Une estimation analogue nous permet de voir que la saturation de W_1 donnera lieu, à champ bas, à une polarisation considérable :

$$< S_z > = -(2/9)\, S_0\, \Omega/\omega_S$$
$$< I_z > /I_0 \simeq -1\,400/H_0(\text{Oe}).$$

D'autre part nous avons vu que, à une fréquence donnée, peuvent correspondre plusieurs transitions permises, pour un même champ magnétique. Ainsi, à champ bas, on saturera à la fois les transitions $b'c$ (W_2) et bc' (*fig.* 2) ; la saturation de W_2 donne si on néglige la relaxation

$$< I_z > = I_0 + (4/27)\, S_0$$

mais la saturation simultanée des deux transitions $b'c$ et bc' ne donne lieu à aucun effet de polarisation dynamique ($< S_z > = S_0$).

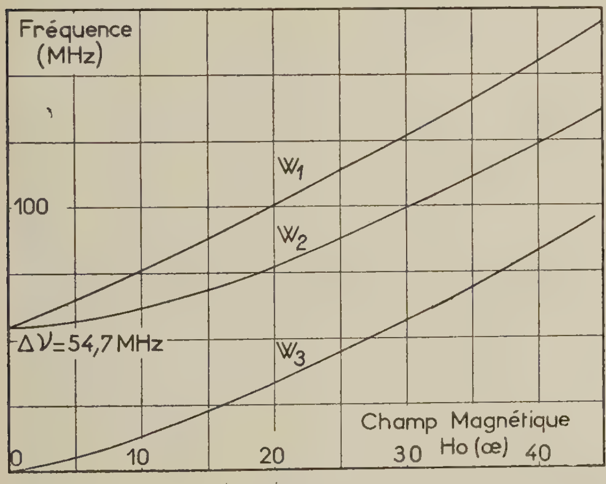


FIG. 3.
Fréquence des transitions W_1, W_2, W_3, en fonction du champ magnétique.

De façon analogue, à champ bas on saturera en même temps que W_3, les trois transitions $a'b'$, $b'c'$ et bc, ce qui a pour effet d'augmenter la polarisation ; on a dans ce cas

$$< I_z > = I_0 + (11/54)\, S_0$$

au lieu de

$$< I_z > = I_0 + (1/54)\, S_0$$

pour la saturation de la seule transition W_3.

A cause de la relaxation les population de tous les niveaux du radical sont modifiées par la saturation d'une transition ; nous exposerons maintenant le calcul exacte de $< S_z > - S_0$. Nous examinerons plus loin quel mécanisme de relaxation nous pouvons envisager pour le radical ; nous représenterons ce mécanisme par un hamiltoniende relaxation qui induira entre les niveaux i et j du radical des transitions dont les probabilités Uij forment une matrice à six lignes et six colonnes.

Supposons un champ de radiofréquence induisant, par exemple entre les niveaux a' et b, des transitions de probabilité V, l'évolution dans le temps des populations des six niveaux sera régie par l'ensemble des deux équations (11) et des quatre équations (12).

$$\left.\begin{aligned} \frac{\mathrm{d}\tilde{n}_{a'}}{\mathrm{d}t} &= -\sum_{i\neq a'} U_{ia'}(\tilde{n}_{a'} - \tilde{n}_i) - V(n_{a'} - n_b) \\ \frac{\mathrm{d}\tilde{n}_b}{\mathrm{d}t} &= -\sum_{i\neq b} U_{ib}(\tilde{n}_b - \tilde{n}_i) - V(n_b - n_{a'}) \end{aligned}\right\} \quad (11)$$

$$\frac{\mathrm{d}\tilde{n}_i}{\mathrm{d}t} = -\sum_{j\neq i} U_{ij}(\tilde{n}_i - \tilde{n}_j) \qquad i \neq {}^{a'}_{b}. \quad (12)$$

A la saturation complète de la transition $a'b$, $V \to \infty$, $n_{a'} - n_b \to 0$ et les seconds membres des équations (11) sont indéterminés. Nous calculerons alors les populations d'équilibre à partir des quatre équations (12), en égalant à zéro leurs premiers membres, et à partir des deux équations (13)

$$\left.\begin{aligned} &\sum_i \tilde{n}_i = 0 \\ &\tilde{n}_{a'} - \tilde{n}_b = (E_{a'} - E_b)/6kT. \end{aligned}\right\} \quad (13)$$

Dans la suite nous calculerons des polarisations relatives $< I_z > /I_0$ et nous exprimerons les grandeurs $< I_z >$ et $< S_z >$ en unités de fréquence, en prenant un système d'unités où $\frac{h}{kT} = 1$.

Au point $x = 1$, les deux transitions $c'd'$ et $d'c$, dont les probabilités sont toutes deux finies à ce champ, ont lieu à des fréquences égales (*fig.* 1). Si on sature la transition W_3 on égalisera alors les populations des trois niveaux $c'd'c$; on calculera la polarisation à partir du système (14)

$$\left.\begin{aligned} &\sum_{j\neq i} U_{ij}(\tilde{n}_i - \tilde{n}_j) = 0 \qquad i \neq {}^{c'}_{\substack{d'\\c}} \\ &\tilde{n}_{c'} - \tilde{n}_{d'} = \frac{\Delta\nu}{6\sqrt{3}} \\ &\tilde{n}_{d'} - \tilde{n}_c = \frac{\Delta\nu}{6\sqrt{3}} \\ &\sum \tilde{n}_i = 0. \end{aligned}\right\} \quad (14)$$

Nous avons vu dans l'introduction que deux modes de couplage avec le réseau peuvent être envisagés pour le spin électronique.

TABLEAU N° 2

PROBABILITÉS DE TRANSITION U_{ij} DANS LE CAS D'UNE RELAXATION DU SPIN ÉLECTRONIQUE PAR INTERACTION HYPERFINE ANISOTROPE

j^i	a'	b'	c'	d'	b	c
a'		$\left(\frac{\alpha}{\sqrt{2}} + \beta\right)^2$	$2\beta'^2$	0	$\left(\alpha - \frac{\beta}{\sqrt{2}}\right)^2$	$2\alpha'^2$
b'	$\frac{4}{3} \mid \frac{1}{2}$		$\frac{1}{2}(\alpha\alpha' - \beta\beta')^2$	$2\alpha^2$	$\frac{1}{3}\left(\frac{x+1}{r}\right)^2$	$\frac{1}{2}(\beta + \beta')^2$
c'	$\frac{4}{3} \mid 0$	$0 \mid \frac{1}{2}$		$\left(\alpha' + \frac{\beta'}{\sqrt{2}}\right)^2$	$\frac{1}{2}(\alpha\beta' + \alpha'\beta)^2$	$\frac{1}{3}\left(\frac{x-1}{\rho}\right)^2$
d'	0	$\frac{4}{3} \mid 2$	$\frac{4}{3} \mid 1$		$2\beta^2$	$\left(\frac{\alpha'}{\sqrt{2}} - \beta'\right)^2$
b	$\frac{1}{6} \mid 1$	$\frac{1}{3} \mid \frac{1}{3}$	$\frac{1}{2} \mid 0$	$\frac{2}{3} \mid 0$		$\frac{1}{2}(\alpha\alpha' - \beta\beta')^2$
c	$\frac{2}{3} \mid 2$	$\frac{1}{2} \mid 0$	$\frac{1}{3} \mid \frac{1}{3}$	$\frac{1}{6} \mid \frac{1}{2}$	$0 \mid \frac{1}{2}$	

VALEURS COURANTES

VALEURS LIMITES — CHAMP BAS | CHAMP ÉLEVÉ

I. INTERACTION HYPERFINE ANISOTROPE. — La forme la plus générale de l'interaction entre le spin électronique et celui de l'azote peut s'écrire $\boldsymbol{K}\,\mathcal{A}\,\boldsymbol{S}$ où $\mathcal{A}$ est un certain tenseur symétrique. Du fait de la rotation rapide de l'ion en solution, on n'observe que la valeur moyenne de cette interaction, qui n'est autre que le terme $\frac{2\hbar\,\Omega}{2K+1}\,\boldsymbol{K}.\boldsymbol{S}$ de l'hamiltonien (6) ; ce terme est la partie invariante par rotation de l'interaction $\boldsymbol{K}\,\mathcal{A}\,\boldsymbol{S}$ égale, à une constante près, à Tr $\boldsymbol{K}\,\mathcal{A}\,\boldsymbol{S}$. La partie restante de cette interaction peut s'écrire $\mathcal{H}_R = \boldsymbol{K}\,\mathcal{A}_1\,\boldsymbol{S}$, où $\mathcal{A}_1$ est un tenseur symétrique à trace nulle ; par suite du mouvement de rotation rapide de l'ion, les composantes de $\mathcal{A}_1$ sont des fonctions aléatoires du temps, assurant un processus de relaxation à l'ion paramagnétique. Dans l'hypothèse d'un spectre blanc pour le mouvement, les probabilités de transition U_{ij} seront alors :

$$U_{ij} = \frac{2\tau_c}{\hbar^2}\,\overline{|< i|\mathcal{H}_R(t)|j >|^2} \qquad (15)$$

où τ_c est le temps de corrélation du mouvement de rotation de l'ion. Comme les équations où ces quantités U_{ij} interviennent (par exemple la première des équations (14)) sont linéaires et homogènes par rapport aux U_{ij}, il nous suffit de connaître les U_{ij} à une constante près.

La forme la plus générale de l'hamiltonien $\mathcal{H}_R$ s'écrit, à un facteur près,

$$\mathcal{H}_R = \frac{\boldsymbol{K}.\boldsymbol{S}}{3} - K_Z\,S_Z + \eta\left(\frac{\boldsymbol{K}.\boldsymbol{S}}{3} - K_X\,S_X\right) \qquad (16)$$

où X et Z sont deux des directions principales du tenseur $\mathcal{A}_1$, liées à l'ion, où η est une constante qui serait nulle si l'interaction hyperfine était symétrique par rapport à l'axe Z. Une forme bilinéaire telle que $\frac{\boldsymbol{K}.\boldsymbol{S}}{3} - K_Z\,S_Z$, peut être écrite comme une combinaison linéaire d'opérateurs A^0, $A^{\pm 1}$, $A^{\pm 2}$ définis par rapport à des axes liés au laboratoire :

$$\frac{\boldsymbol{K}.\boldsymbol{S}}{3} - K_Z\,S_Z = \sqrt{4\pi/5}\;Y_2^0(\text{OZ})A^0 + \sqrt{2\pi/15}\;Y_2^1(\text{OZ})A^{-1} - \sqrt{8\pi/15}\;Y_2^2(\text{OZ})A^{-2} + \text{termes hermitiques conjugués.} \qquad (17)$$

avec

$$\begin{cases} A^0 = -\frac{2}{3}\,K_z\,S_z + \frac{K_+\,S_- + K_-\,S_+}{6} \\ A^{\pm 1} = K_z\,S_\pm + S_z\,K_\pm \\ A^{\pm 2} = \frac{K_\pm\,S_\pm}{2} \end{cases}$$

les $Y_2^m(\text{OZ})$ étant les harmoniques sphériques d'ordre 2, calculées dans la direction OZ. Il résulte

des propriétés de ces harmoniques sphériques que :

$$\overline{|\langle i|\mathcal{H}_{\mathrm{R}}|j\rangle|^2} = (1+\eta^2-\eta)\ \overline{|\langle i|\frac{\boldsymbol{K}.\boldsymbol{S}}{3} - K_Z^z S_Z|j\rangle|^2}. \tag{18}$$

Comme nous n'avons besoin des probabilités de transition U_{ij} qu'à une constante près, pour les calculer nous considérerons dans l'hamiltonien (16), uniquement la partie à symétrie axiale $\frac{\boldsymbol{K}.\boldsymbol{S}}{3} - K_Z S_Z$, ce qui, d'après (18), ne restreint en rien la généralité du calcul. A partir de l'équation (15), compte tenu du développement (17), nous pouvons écrire, à une constante près :

$$U_{ij} = 6|\langle i|A^0|j\rangle|^2 + |\langle i|A^{\pm 1}|j\rangle|^2 + 4|\langle i|A^{\pm 2}|j\rangle|^2. \tag{19}$$

Le tableau n° 2 donne les valeurs de U_{ij}, ainsi que leurs limites à champ bas et à champ élevé ; ce tableau nous permet de calculer l'augmentation maximum ($f = 1$) du signal des protons obtenue en saturant pour différentes valeurs du champ magnétique, les transitions W_1, W_2, W_3. Cette augmentation a été portée en fonction du paramètre x,

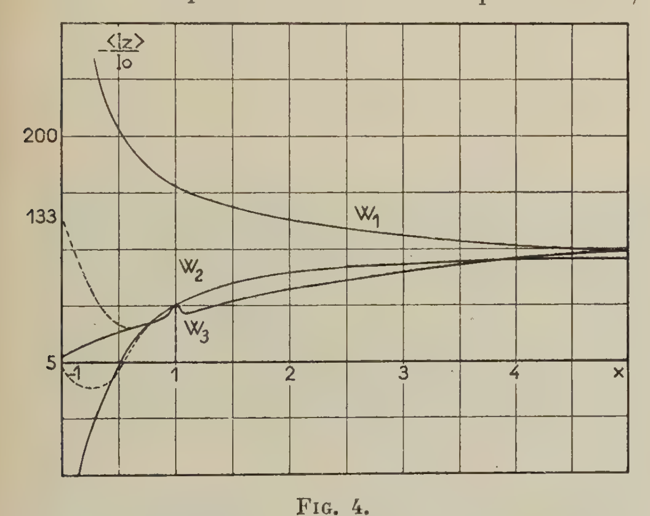


FIG. 4.

Augmentation du signal des protons, obtenue en saturant les transitions W_1, W_2, W_3 du radical, dans le cas d'une relaxation électronique par interaction hyperfine anisotrope.

sur les courbes de la figure 4 (*). Les courbes en trait continu y représentent l'augmentation calculée par la méthode exposée plus haut en saturant les seules transitions W_1, W_2, W_3, sauf pour le point $x = 1$. En fait, à champ bas, les courbes W_2 et W_3 s'en écartent par suite de saturations multiples, comme nous l'avons montré précédemment ; nous avons tracé en trait interrompu la forme des courbes dans ce cas, qui ne peuvent être calculées exactement et qui dépendent de l'intensité du champ de radiofréquence.

Pour $x = 1$, la courbe W_3 présente un extremum dont l'amplitude a été calculée par la méthode décrite plus haut. Il faut remarquer que la forme de la courbe W_3, au voisinage de $x = 1$, n'a pas été calculée exactement, car la largeur de l'extremum dépend de l'intensité du champ de radiofréquence ; on peut cependant dire que, les courbes étant tracées dans l'hypothèse d'une saturation totale, la largeur de cet extremum est au moins égale, en ordre de grandeur, à l'intensité minimum du champ de radiofréquence nécessaire pour avoir une saturation pratiquement totale de la raie W_3.

(*) Les calculs numériques nécessaires au tracé de ces courbes ont été effectués par le bureau de calcul du Service de Physique Mathématique du C. E. N., Saclay.

II. RELAXATION PAR CHAMP MAGNÉTIQUE CLASSIQUE. — Nous écrirons l'hamiltonien de relaxation

$$\mathcal{H}_{\mathrm{R}} = -\gamma_S \hbar \boldsymbol{H}'(\boldsymbol{t}).\boldsymbol{S} \tag{20}$$

où $\boldsymbol{H}'(\boldsymbol{t})$ est un champ magnétique, dû au réseau, que « voit » le spin électronique. Nous le supposerons isotrope $\overline{H'_x(t)^2} = \overline{H'_y(t)^2} = \overline{H'_z(t)^2}$ et nous supposerons incohérentes ses variations sur deux axes différents $\overline{H'_y H_z} = \overline{H'_z H'_x} = \overline{H'_x H'_y} = 0$. Un hamiltonien de relaxation de cette forme peut représenter un mécanisme de relaxation électronique par l'intermédiaire du couplage spin orbite de l'électron.

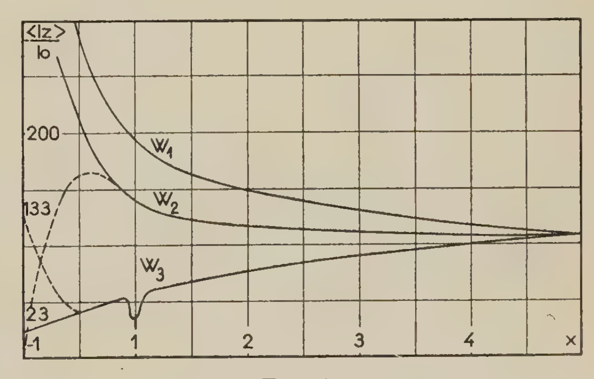


FIG. 5.

Augmentation du signal des protons, obtenue en saturant les transitions W_1, W_2, W_3 du radical dans le cas d'une relaxation électronique par champ classique.

Si la direction du champ $\boldsymbol{H}'(\boldsymbol{t})$ est définie par des angles θ et φ par rapport à un système d'axes fixes, dont l'axe z est dirigé selon le champ magnétique H_0, on pourra écrire :

$$\mathcal{H}_{\mathrm{R}} = -\gamma_S \hbar H' \left\{\cos\theta(t)\, S_z + \frac{\sin\theta(t)}{2}\,[\mathrm{e}^{i\varphi(t)} S_- + \mathrm{e}^{-i\varphi(t)} S_+]\right\}.$$

Si le mouvement du vecteur $\boldsymbol{H}'(\boldsymbol{t})$ est suffi-

TABLEAU N° 3

PROBABILITÉS DE TRANSITION U_{ij} DANS LE CAS D'UNE RELAXATION DU SPIN ÉLECTRONIQUE PAR CHAMP CLASSIQUE

j^i	a'	b'	c'	d'	b	c
a'		$\frac{\beta^2}{2}$	0	0	$\frac{\alpha^2}{2}$	0
b'	$\frac{1}{6} \mid 0$		$\frac{\alpha^2 \beta'^2}{2}$	0	$\alpha^2 \beta^2$	$\frac{\alpha^2 \alpha'^2}{2}$
c'	0	$\frac{2}{9} \mid 0$		$\frac{\alpha'^2}{2}$	$\frac{\beta^2 \beta'^2}{2}$	$\alpha'^2 \beta'^2$
d'	0	0	$\frac{1}{6} \mid \frac{1}{2}$		0	$\frac{\beta'^2}{2}$
b	$\frac{1}{3} \mid \frac{1}{2}$	$\frac{2}{9} \mid 0$	$\frac{1}{9} \mid 0$	0		$\frac{\alpha'^2 \beta^2}{2}$
c	0	$\frac{1}{9} \mid \frac{1}{2}$	$\frac{2}{9} \mid 0$	$\frac{1}{3} \mid 0$	$\frac{1}{9} \mid 0$	

VALEURS LIMITES — CHAMP BAS | CHAMP ÉLEVÉ

VALEURS COURANTES

samment rapide nous écrirons, à une constante près :

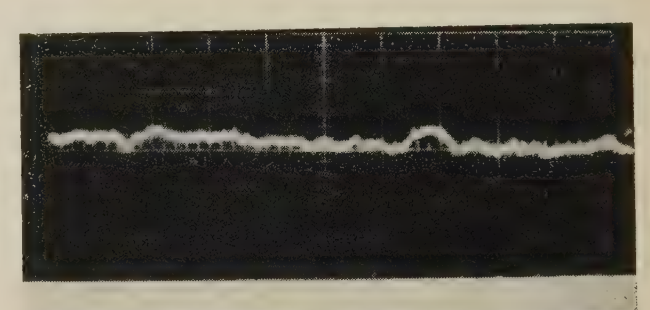
$$U_{ij} = |< i|S_z|j >|^2 + \frac{1}{2}|< i|S_{\pm}|j >|^2. \qquad (21)$$

Les valeurs de ces probabilités de transition sont données dans le tableau n° 3. Elles nous ont permis de tracer les courbes de la figure 5 (*), donnant en fonction du paramètre x, l'augmentation maximum du signal des protons, obtenue en saturant successivement les transitions W_1, W_2, W_3 ; la signification des courbes en trait interrompu et de la courbe W_3, au voisinage de $x = 1$ est la même que pour la figure 4.

Nous voyons que la variation du taux d'augmentation du signal par polarisation dynamique avec le champ magnétique est assez différente pour les deux modes de relaxation envisagés, en particulier pour la transition W_3 autour de 19,5 Oe ($x = 1$). La comparaison de ces courbes avec les résultats expérimentaux doit permettre de déterminer le processus de relaxation spin réseau de l'électron.

4. **Appareillage.** — Notre appareil permet des études dans un champ magnétique allant jusqu'à 100 Oe créé par deux bobines haute impédance en position de Helmholtz.

Le spectromètre de résonance nucléaire est cons-



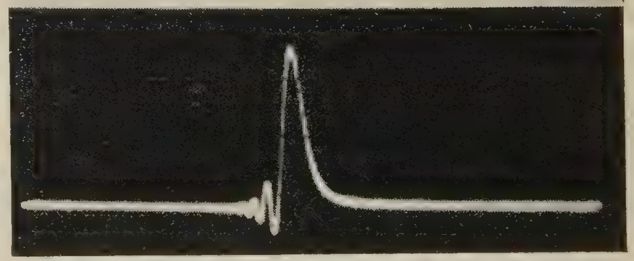


FIG. 6.

En haut : Signal de proton sans polarisation dynamique à 18 Oe.
Amplitude de balayage 10 mOe.
Vitesse de balayage 5 mOe/s.

En bas : Signal de proton avec polarisation dynamique à 35 Oe.
Saturation à 142 MHz de la raie électronique W_1.
Amplitude de balayage 20 mOe.
Vitesse de balayage 4 mOe/s.

titué d'un générateur HF et d'un amplificateur montés en Q mètre. L'amplificateur a un gain de 5 000, une bande passante de 50 kHz à 800 kHz et possède, après détection, une sortie continue. Le filtrage de la radiofréquence servant à saturer les spins électroniques est particulièrement soigné, à tous les étages d'amplification. Le balayage du champ magnétique linéaire est effectué par l'alimentation des bobines de Helmholtz ; nous avons utilisé couramment des vitesses de balayage comprises entre 5 et 100 mOe/s. La courbe de résonance nucléaire s'observe sur un oscilloscope. L'échantillon a un volume de 0,4 cm³. A 35 Oe la largeur des raies observées est de l'ordre de 1 mOe (*fig.* 6).

Le champ de radiofréquence nécessaire pour la saturation des spins électroniques a, au cours de nos expériences, une fréquence allant de 25 à 200 MHz. Il est produit par un émetteur d'environ 50 W, dont la stabilité est de 10^{-5} à 5.10^{-5},

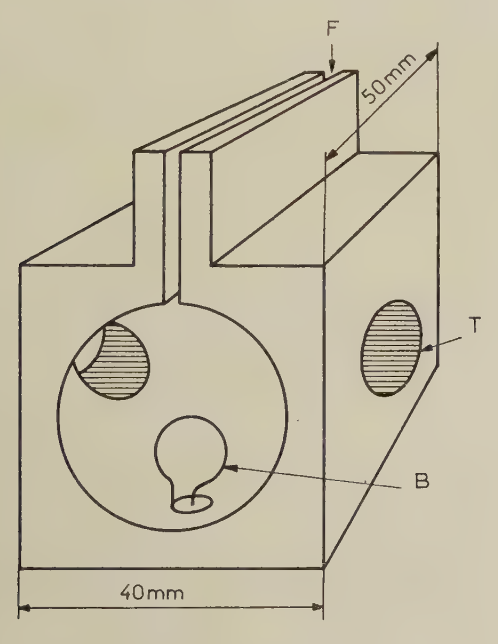


FIG. 7.
Cavité résonnante.

F : Fente d'environ 0,2 mm. T : Trou dons lequel on introduit la bobine de résonance nucléaire. B : Boucle de couplage.
L'accord se fait en enfonçant une lame de mica dans la fente située à la partie supérieure de la cavité.

soit dans une cavité résonnante (*fig.* 7), à couplage inductif, utilisable au dessus de 70 MHz, soit dans un circuit oscillant habituel, à couplage capacitif. La bobine du spectromètre de résonance nucléaire est placée à l'intérieur de ce résonateur, de telle sorte que l'axe de la bobine soit perpendiculaire au champ oscillant produit par le résonateur.

L'intensité du champ de radiofréquence est mesurée par un enroulement constitué par quelques spires de fil fin, placé à l'intérieur de la bobine de résonance nucléaire. Cet enroulement est connecté à une extrémité d'un câble coaxial dont l'autre extrémité est adaptée. Si la fréquence du champ de radiofréquence est inférieure à la fréquence d'accord de l'enroulement et si l'inductance de ce dernier est grande par rapport à l'impédance caractéristique du câble, la tension mesurée aux bornes de la résistance d'adaptation du câble est proportionnelle à l'intensité du champ de radiofréquence. Nous pouvons obtenir des champs tournants allant jusqu'à 3 Oe.

Le nitrosodisulfonate est, à température ordinaire, stable dans des solutions de carbonate de sodium M/20, pour des concentrations en radical inférieures à 5.10^{-2} M, mais ces solutions se décomposent rapidement lorsque la température s'élève. Il est nécessaire d'assurer un bon refroidissement de l'échantillon qui est placé dans un jet d'air comprimé.

5. **Étude expérimentale.** — La fuite de relaxation que nous avons définie précédemment, est due, dans nos expériences, à des mécanismes divers :

— Interaction avec des impuretés paramagnétiques autres que les ions dont on sature la résonance. C'est notamment le cas de l'oxygène moléculaire dissous. Dans la suite nous avons diminué le coefficient de fuite des protons en utilisant des solutions désoxygénées par barbotage d'azote, lorsque la présence d'oxygène pouvait constituer une fuite appréciable.

— Interaction dipolaire des noyaux entre eux. C'est le cas des protons de l'eau, dont le temps de relaxation, en l'absence d'ion paramagnétique, est $T_{10} = 3s$ à température ordinaire. La contribution des ions paramagnétiques au temps de relaxation est inversement proportionnelle à leur concentration C et peut se mettre sous la forme

$$T_{1S} = T_{10} \frac{C_0}{C}$$

où C_0, qui a les dimensions d'une concentration vaut, à 25 °C, $1{,}6.10^{-3}$ M. Nous pouvons en déduire le coefficient de fuite pour l'eau pure désoxygénée

$$f = \frac{1}{1 + (C_0/C)}.$$

Pour les faibles concentrations $f \simeq C/C_0$; comme le signal des protons est proportionnel au coefficient de fuite (équation 7), nous voyons que la polarisation dynamique permet de doser des solutions diluées de nitrodisulfonate.

— Interaction indirecte accompagnée d'échange chimique. Dans les solutions de fluorures, le fluor a un temps de relaxation longitudinal inférieur à 0,1 s par suite d'échange chimique [9], ce qui

rend la polarisation dynamique du fluor inobservable dans ce cas [10].

— Interaction quadrupolaire. Pour des spins supérieurs à 1/2 ce peut être la principale cause de fuite. Néanmoins nous avons pu, à 72 Oe, observer dans une solution saturée de lithine, la polarisation dynamique de ^{7}Li [10] et dans l'eau lourde, celle du deutéron ; les signaux de ces deux noyaux sont invisibles à ce champ magnétique, sans polarisation dynamique.

La tension $v + \Delta v$ détectée à la sortie du Q mètre est proportionnelle au coefficient de surtension de la bobine de résonance nucléaire et est liée à la polarisation nucléaire $< I_z >$ par l'expression

$$< I_z > = - a \, \Delta v / (v + \Delta v) \qquad (22)$$

où v est la tension détectée en l'absence de résonance magnétique où a est un coefficient positif qui dépend du spin dont on observe la résonance, du champ magnétique continu, de la géométrie et de la self de la bobine, du gain de l'amplificateur.

La variation de tension Δv constitue le signal observé. Si celui-ci est faible ($\Delta v \ll v$, cas des signaux observés sans polarisation dynamique) on utilise pour déterminer la polarisation $< I_z >$, à une constante près, au lieu de la formule (22), l'expression simplifiée

$$< I_z > \simeq - a(\Delta v / v).$$

La demi-largeur de la raie électronique du nitrosodisulfonate, lorsque la saturation est négligeable, pour la transition W_3 à 31,4 Oe, pour des concentrations inférieures à 5.10^{-3} M, est indépendante de la concentration et égale à 0,75 MHz ; elle atteint 5 MHz, pour une concentration de 5.10^{-2} M [4].

Si on étudie la résonance nucléaire des protons de la solution, pour une amplitude donnée du champ de radiofréquence, le signal augmente avec la concentration pour les faibles concentrations ; ceci est dû à une diminution des fuites, donc à une augmentation du coefficient

$$f = 1 - (T_1 / T_{10}).$$

Pour les concentrations élevées le signal rediminue, car la raie électronique, plus large, n'est plus saturée. Il nous est possible de saturer la résonance électronique de solutions de radical de concentrations inférieures à 3.10^{-2} M.

Dans la suite nous avons systématiquement vérifié que la raie électronique est saturée : en faisant croître le champ de radiofréquence le signal augmente et atteint un palier. Pour des champs magnétiques continus inférieurs à 30 Oe, si on augmente suffisamment le champ de radiofréquence, le signal rediminue ; nous attribuons ce fait à un début de saturation de raies électroniques voisines et nous déduisons la polarisation nucléaire du signal correspondant au palier.

Lorsque la transition que l'on étudie est telle qu'il n'y a qu'une paire de niveaux d'énergie (i, j) du radical dont la différence est égale à la fréquence de transition, on montre [11] que l'on peut écrire pour la polarisation du spin électronique

$$\frac{S_0 - < S_z >}{(S_0 - < S_z >)_{\min}} = \frac{\omega_1^2 T_1 T_2}{1 + \omega_1^2 T_1 T_2 + T_2^2(\omega - \omega_0)^2} \qquad (23)$$

où $(S_0 - < S_z >)_{\min}$ est la valeur de $S_0 - < S_z >$ à saturation complète,

$$\omega_1 = 2 \gamma_S H_1 < i | Sx | j >$$

H_1 est l'amplitude du champ tournant à la pulsation ω, ω_0 est la pulsation de résonance pour la transition $i \longleftrightarrow j$ dans le champ magnétique continu H_0 ; T_2 est le temps de relaxation électronique transverse, qui donne la largeur de la raie électronique lorsque la puissance du champ de radiofréquence est négligeable ; T_1 est le temps de relaxation longitudinal calculable à partir des éléments de matrice de l'hamiltonien responsable de la relaxation entre les différents niveaux. Dans les hypothèses que nous avons prises, qui s'appliquent, par exemple, à la transition W_1 ou à la transition W_3 (quand $x \neq 1$), le temps de relaxation T_2 est unique.

Le signal d'absorption nucléaire est proportionnel à $S_0 - < S_z >$; d'après l'équation (23) si en gardant H_1 constant on trace la courbe donnant le signal d'absorption nucléaire en fonction de ω_0, on obtient une courbe de Lorentz dont la demi-largeur à mi-hauteur est

$$\frac{1}{T_2} \sqrt{1 + \omega_1^2 T_1 T_2}.$$

Lorsqu'on sature la raie électronique

$$(\omega_1^2 T_1 T_2 \gg 1),$$

cette demi-largeur est $\omega_1 \sqrt{T_1 / T_2}$ et est déterminée par le champ de radiofréquence, donc de l'ordre de quelques œrsteds. Pour les mesures que nous ferons, l'alignement de la fréquence de résonance électronique est donc facilement réalisable, compte tenu de la stabilité de nos émetteurs. Par ailleurs, on peut déterminer ainsi une limite supérieure pour H_1 ; nous avons vérifié que cette limite est en accord avec les mesures décrites précédemment.

Si nous nous plaçons à mi-saturation ($\omega_1^2 T_1 T_2 = 1$), en ajustant H_1 pour avoir un signal égal à la moitié du signal maximum, nous pouvons, en observant le signal nucléaire, tracer en fonction de ω_0, une courbe dont la demi-largeur à mi-hauteur est $\sqrt{2} / T_2$. Nous pouvons ainsi, sans spectromètre de résonance électronique, déterminer la demi-largeur de la raie électronique à puissance négligeable. Pour une solution 4.10^{-3} M, nous avons ainsi déterminé pour la transition W_3 à 62 Oe, une demi-largeur $1/2\pi \, T_2$ égale à 0,7 MHz,

en accord satisfaisant avec les mesures citées plus haut.

Le rapport signal sur bruit des signaux de résonance nucléaire observés sans polarisation dynamique, aux champs magnétiques les plus bas utilisés, est faible (*fig.* 6). Nous ne pouvons donc mesurer $< I_z >/I_0$ avec une précision suffisante pour espérer vérifier les courbes des figures 4 ou 5. Aussi nous opérons de la façon suivante : à un champ magnétique H_0 donné nous saturons successivement les trois transitions W_1 W_2 W_3 et nous mesurons les rapports $< I_z >_2/< I_z >_1$ ou $< I_z >_3/< I_z >_1$, que nous comparons avec les valeurs théoriques de ces rapports. Cette méthode a un second avantage : si l'augmentation par polarisation dynamique est grande $(- < I_z >/I_0 \gg 1)$, les grandeurs

$$< I_z >_2/< I_z >_1 \text{ et } < I_z >_3/< I_z >_1$$

sont indépendantes du coefficient de fuite.

A cet effet les résonateurs haute fréquence utilisés peuvent être accordés et adaptés dans une bande de fréquence assez large pour que le même dispositif expérimental permette de saturer, au choix, les transitions W_1, W_2, ou W_3.

Nous prenons un certain nombre de précautions qui se révèlent importantes pour la précision des mesures : attendre pour accorder le Q mètre que soit réalisé l'équilibre thermique de la bobine de résonance nucléaire après la mise en marche de l'émetteur haute fréquence ; faire les accords électriques avec un échantillon qui n'est pas celui qui sert à la mesure ; ce dernier, conservé dans la glace, n'est introduit qu'au moment de la mesure.

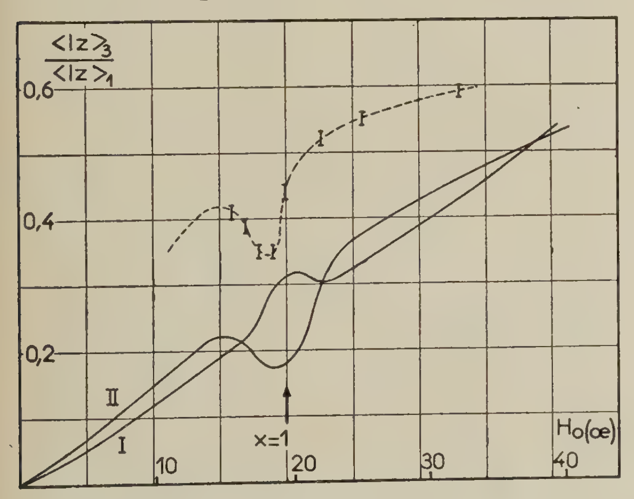


FIG. 8.

Comparaison avec les résultats expérimentaux des courbes théoriques du rapport $\frac{< Iz >_3}{< Iz >_1}$ en fonction du champ magnétique :

I. Courbe théorique, dans le cas d'une relaxation par interaction hyperfine anisotrope.

II. Courbe théorique, dans le cas d'une relaxation par champ classique.

En pratique nous mesurons $< I_z >_3/< I_z >_1$ qui est la grandeur la plus sensible, près du point $H_0 = \Omega/(\gamma_S - \gamma_K) = 19{,}5$ Oe $(x = 1)$, au mode de relaxation du spin électronique. Sur la figure 8, nous avons tracé en fonction du champ magnétique, les courbes donnant $< I_z >_3/< I_z >_1$ déduites des calculs exposés précédemment, pour les deux modes de relaxation envisagés. Nous avons porté sur le même graphique les points expérimentaux ; nous avons vérifié que l'on obtient, comme prévu, la même valeur du rapport $< I_z >_3/< I_z >_1$ pour différentes concentrations du radical, comprises entre $0{,}5 \times 10^{-3}$ M et 10^{-2} M.

Nous constatons que, qualitativement, la variation du rapport $< I_z >_3/< I_z >_1$ en fonction du champ magnétique, concorde avec celle déduite de l'hypothèse d'une relaxation électronique par champ classique, qui donne un minimum près de $H_0 = 19{,}5$ Oe, alors qu'un processus de relaxation par interaction hyperfine anisotrope mène à un maximum près de $H_0 = 19{,}5$ Oe. Mais les valeurs mesurées de $< I_z >_3/< I_z >_1$ sont systématiquement supérieures aux résultats théoriques. Une explication de ce fait est la suivante : nous avons vu précédemment que, à bas champ, en saturant la transition $c'd'$ (W_3), on induit en même temps les transitions $a'b'$, $b'c'$ et cb, ce qui a pour effet d'augmenter la polarisation $< I_z >_3$, pour une relaxation électronique par champ classique, dans un rapport $133/23 \simeq 6$ (*fig.* 5). Près du point $x = 1$, il peut encore y avoir un effet de ce genre.

Conclusion. — La polarisation dynamique dans les liquides nous a permis d'étudier un système électronique en observant la résonance d'un spin nucléaire qui lui est couplé. Nous avons pu mesurer des largeurs de raie, déterminer le processus de relaxation d'un spin électronique sans utiliser de spectromètre de résonance électronique [2], [12]. Nous avons établi expérimentalement que la relaxation par interaction hyperfine anisotrope est une contribution négligeable à la relaxation du spin électronique.

La demi-largeur $1/T_2$ de la raie électronique des solutions de $NO(SO_3)_2^{--}$ est indépendante de la concentration pour les faibles concentrations [4]. Ceci montre qu'il y a une contribution « intrinsèque » à la largeur de raie, en plus de la contribution due à l'interaction dipolaire entre les spins S, négligeable pour les solutions peu concentrées. Cette largeur de raie « intrinsèque » est due à un couplage de chaque spin S avec le milieu, par exemple, le couplage spin-orbite, l'interaction quadrupolaire de l'azote ou le couplage par l'intermédiaire de l'anisotropie de l'interaction hyperfine ou du facteur g.

L'anisotropie de l'interaction hyperfine de l'ion $NO(SO_3)_2^{--}$ a été observée dans un monocristal

par S. I. Weissman, T. R. Tuttle et E. de Boer [13]. Si on met l'interaction hyperfine sous la forme

$$\frac{2\hbar\,\Omega}{2K+1}\left\{\boldsymbol{K}.\boldsymbol{S}+\lambda\left[K_Z\,S_Z-\frac{\boldsymbol{K}.\boldsymbol{S}}{3}\right]\right\}$$

on peut, à partir des observations de ces auteurs, déterminer le coefficient λ : $\lambda = 1{,}6$. Ceci nous permet de fixer un ordre de grandeur à l'interaction quadrupolaire de l'azote que nous avons négligée. A champ élevé, lorsque l'azote et l'électron sont découplés, le rapport gyromagnétique de l'électron est très sensiblement celui de l'électron libre ($g \simeq 2$) ; on en déduit que le moment magnétique orbital est bloqué. On peut alors évaluer le rapport de l'interaction quadrupolaire à la partie anisotrope de l'interaction hyperfine magnétique à

$$\frac{e^2\,Q_0}{2K(2K-1)\,\gamma_S\,\gamma_K\,\hbar^2}$$

où Q_0 est le moment quadrupolaire de l'azote égal à 2×10^{-26} cm² et où e est la charge de l'électron. On trouve ainsi pour fréquence quadrupolaire de l'azote dans l'ion :

$$\frac{\Omega}{2\pi}\,\frac{\lambda\,e^2\,Q_0}{3\,\gamma_S\,\gamma_K\,\hbar^2} = \frac{\Omega}{2\pi} \times 0{,}07 = 3{,}6 \text{ MHz}.$$

Le rapport de la probabilité des transitions quadrupolaires à la probabilité des transitions induites par l'interaction hyperfine anisotrope est de l'ordre de $(3{,}6/54{,}7)^2 \simeq (1/250)$. Il faut noter que l'interaction quadrupolaire induit des transitions telles que $\Delta m_S = 0$; à champ élevé cette interaction n'est donc pas un processus de relaxation longitudinale possible. Si l'interaction quadrupolaire était le processus de relaxation dominant à champ bas, la probabilité des transitions $\Delta m_S = 0$ serait nettement supérieure à celle des transitions $\Delta m_S \neq 0$. En saturant une des trois raies W_1, W_2 ou W_3, on pourrait obtenir à champ élevé une polarisation $< S_z > / S_0 < 2/3$ donc

$$- < I_z > / I_0 > - S_0/6I_0 \simeq 110$$

ce qu'on n'a jamais observé expérimentalement.

La contribution de l'interaction hyperfine anisotrope à la largeur de raie intrinsèque est de l'ordre de $\lambda^2\,\Omega^2\,\tau_c$. Cette contribution ne peut être comparable à la largeur expérimentale $\Delta\omega$ que si τ_c est de l'ordre de $\Delta\omega/\lambda^2\,\Omega^2$; $\Delta\omega/2\pi \simeq 0{,}75$ MHz $\Delta\omega/\lambda^2\,\Omega^2 \simeq 2.10^{-11}$ s. Dans un champ magnétique de 3 000 Oe, $1/\omega_S = 2.10^{-11}$ s ; si on suppose alors que $1/\omega_S < \tau_c < 1/\Omega$, on trouve que les largeurs des raies W_1, W_2, W_3 sont dans l'hypothèse d'une relaxation par interaction hyperfine anisotrope comme les nombres 6,11,6. Or les mesures faites à 3 000 Oe avec un spectromètre de résonance électronique (**), pour des solutions peu concentrées de nitrosodisulfonate, ont montré que les largeurs des trois raies, à faible puissance, sont égales à moins de 3 % près. Ces mesures sont donc en accord avec nos mesures de polarisation dynamique ; on peut en déduire que τ_c est inférieur à 4.10^{-12} s.

Nous avons cité dans l'introduction les mesures faites à 13 000 Oe qui nous ont permis d'éliminer la relaxation par anisotropie du facteur g. Si on admet que τ_c est de quelques 10^{-12} s on peut en déduire que l'anisotropie $(g_{\parallel} - g_{\perp})/g$ du facteur g est inférieure à 2 %.

L'ensemble de ces résultats montre que l'hypothèse d'un champ classique peut décrire la relaxation du radical $NO(SO_3)_2^{--}$; il est probable que la relaxation a lieu par l'intermédiaire du couplage spin-orbite. On est d'autre part conduit à admettre que le temps de corrélation du mouvement de rotation de l'ion en solution est de l'ordre de 10^{-12} s. L'équation de diffusion, compte tenu de l'équation de Stokes, conduit à un temps de corrélation sensiblement plus long ; elle conduit pour l'eau à un temps de corrélation de 10^{-11} s. Or ce temps de corrélation varie comme le volume de l'ion ; l'ion $NO(SO_3)_2^{--}$ étant certainement plus gros que la molécule d'eau, il aurait un temps de corrélation supérieur à 10^{-11} s. Une hypothèse pouvant expliquer la rapidité du mouvement de l'ion nitrosodisulfonate est l'existence d'un mouvement à l'intérieur de l'ion.

Ce travail a été effectué dans le cadre des études de polarisation dynamique réalisées dans le groupe de résonance magnétique du C. E. N., Saclay. Je tiens à remercier M. A. Abragam et M. I. Solomon qui ont dirigé ce travail, le premier pour la partie théorique, le second pour la partie expérimentale.

Manuscrit reçu le 9 juin 1959.

(**) Ces mesures ont été faites par C. Ryter au Service de Physique du Solide et de Résonance Magnétique du C. E. N., Saclay.

BIBLIOGRAPHIE

[1] ABRAGAM (A.), COMBRISSON (J.) et SOLOMON (I.), *C. R. Acad. Sc.*, 1957, **245**, 157.
[2] ALLAIS (E.), *C. R. Acad. Sc.*, 1958, **246**, 2123.
[3] BURGESS (J. H.), *Thèse*, Université de Washington-Saint-Louis, 1955.
[4] LLOYD (J. P.) et PAKE (G. E.), *Phys. Rev.*, 1954, **94**, 579.
[5] ABRAGAM (A.), *Phys. Rev.*, 1955, **98**, 1729.
[6] SOLOMON (I.), *Phys. Rev.*, 1955, **99**, 559.
[7] TOWNSEND (J.), WEISSMAN (S. I.) et PAKE (G. E.), *Phys. Rev.*, 1953, **89**, 606.
[8] BLOCH (F.), *Phys. Rev.*, 1957, **105**, 1206.
[9] SOLOMON (I.) et BLOEMBERGEN (N.), *J. Chem. Physics*, 1956, **25**, 261.
[10] LANDESMAN (A.), *C. R. Acad. Sc.*, 1958, **246**, 1538.
[11] BLOCH (F.), *Phys. Rev.*, 1956, **102**, 104.
[12] CARVER (T. R.) et SLICHTER (C. P.), *Phys. Rev.*, 1956, **102**, 975.
[13] WEISSMAN (S. I.), TUTTLE (T. R.) et DE BOER (E.), *J. Phys. Chem.*, 1956, **61**, 28.

SUR L'INTERPRÉTATION DE LA MÉCANIQUE QUANTIQUE

I. UNE NOUVELLE HYPOTHÈSE. CONSÉQUENCES QUALITATIVES.

Par A. B. DATZEFF,
Chaire de Physique Théorique à l'Université de Sofia, Bulgarie.

Résumé. — On cherche une interprétation causale de la mécanique quantique en partant de l'hypothèse que le champ U a un support matériel (subvac) possédant une structure discrète de corpuscules AS. Ces derniers peuvent se grouper en formations stables $\Phi_k (k = 1, 2, \ldots)$. Un microcorpuscule μ (électron, etc.), qui est en interaction avec Φ_k se trouve en un état stationnaire A_k d'énergie E_k. A cause des fluctuations des Φ_k et AS le mouvement du corpuscule μ ne doit pas être décrit par la mécanique classique, mais d'une façon statistique. On montre que dans plusieurs cas on trouve qualitativement pour la probabilité de présence de μ les mêmes résultats que donne la mécanique quantique. Pour trouver la description quantitative exacte de la distribution statistique des positions de μ on doit déterminer la probabilité de présence $w(x, y, z)$ de μ, ce qu'on fera dans un travail suivant.

Abstract. — A causal interpretation of quantum mechanics is sought, deriving from the hypothesis that the field U has a material support (subvac) with a discrete structure of AS corpuscules. The latter can group into stable formations $\Phi_k (k = 1, 2, \ldots)$. Interacting with Φ_k a microcorpuscule μ (electron etc.) is in a static condition A_k, with energy E_k. Because of the fluctuations of Φ_k and AS the movement of the corpuscule μ should not be described by means of classical mechanics but statistically. It is shown that in a number of cases one obtains for the probability of the presence of μ, qualitatively the same results as given by quantum mechanics.

To find an exact quantitative description of the statistical distribution of the positions of μ one should determine, in all cases, the probability of the presence $w(x, y, z)$ of μ, which will be given in a paper to follow.

Du moment de la création de la mécanique quantique jusqu'à aujourd'hui, le problème du sens physique d'une suite de ses conséquences est sans cesse discuté sans qu'il soit nullement épuisé. C'est l'interprétation probabiliste de l'onde attachée au corpuscule qui a été admise par tous les physiciens. Le formalisme mathématique de la mécanique quantique représente une théorie mathématique complète et élégante satisfaisant à toute exigence mathématique de rigueur. Ses conséquences physiques vérifiées en général brillamment par l'expérience, l'ont imposée comme une théorie contemporaine puissante et indispensable. Ses méthodes mathématiques ont été transportées dans les domaines les plus récents de la théorie des champs et des corpuscules élémentaires, où l'on a également trouvé des résultats importants, mais où les difficultés sérieuses surgies semblent indiquer que l'on est à la limite de validité des méthodes de la mécanique quantique contemporaine. D'un autre côté, malgré ses grands succès, beaucoup de physiciens expriment l'opinion que du point de vue physique il reste bien des choses à éclaircir en mécanique quantique.

Comme difficultés fondamentales dans ce sens on doit indiquer, d'après nous, les suivantes :

Le formalisme mathématique de la mécanique quantique est trop abstrait en comparaison avec les images claires de la physique classique, et du point de vue physique il reste un sentiment de non satisfaction parmi plusieurs physiciens (de Broglie [1]). On connaît aussi l'objection d'Einstein [2], d'après laquelle, dans l'expérience imaginée par Einstein sur un électron diffracté, l'interprétation orthodoxe de la mécanique quantique mène à un conflit avec nos notions d'espace et de temps, même dans le cas macroscopique où l'on n'a pas de raison de mettre en doute leur validité.

La mécanique quantique n'apparaît pas comme un développement naturel de la mécanique classique et elle ne la contient pas comme une première approximation, comme il serait logique de s'y attendre. Voilà pourquoi, en partant de l'onde attachée au corpuscule, on n'arrive pas à la mécanique classique d'une façon simple et naturelle. Mais il faut remarquer qu'en général on trouve dans les cours de mécanique quantique l'affirmation opposée, à savoir : la mécanique quantique contient comme cas limite, pour $h \to 0$, la mécanique classique. Pour le démontrer on fait d'habitude pour l'onde Ψ dans l'équation de Schrödinger la substitution $\Psi = \exp(- iS/\hbar)$ et l'on arrive de la façon connue à l'équation

$$[S] - \frac{i\hbar}{2m} \Delta S = 0, \quad [S] = \frac{\partial S}{\partial t} - \frac{1}{2m} (\text{grad} \cdot S)^2 - \mathcal{U}. \quad (1)$$

Si $\hbar \to 0$ l'équation (1) devient, à la limite, l'équation de Hamilton-Jacobi. Alors la fonction S déter-

mine l'ensemble des trajectoires classiques que le corpuscule peut décrire. Mais ce passage à la limite soulève des objections même en laissant de côté le fait que la démonstration mathématique rigoureuse de ce passage à la limite n'est pas connue [3]. En effet pour chaque $\hbar \neq 0$ l'équation (1) décrit le mouvement quantique du corpuscule où il n'a pas de position et de vitesse simultanées, c'est-à-dire une trajectoire déterminée, tandis que pour $\hbar = 0$ les trajectoires classiques existent, étant déterminées par $[S] = 0$, mais la fonction $\Psi = \exp(-iS/\hbar)$ n'a pas de sens pour $\hbar = 0$.

Pour décrire le mouvement d'un corpuscule qui peut, à chaque instant, être localisé dans un domaine limité d'espace d'une manière analogue à celle du cas classique, on forme un paquet d'ondes par superposition de solutions de l'équation de Schrödinger. Un tel paquet cependant ne représente pas une formation stable, puisqu'au cours du temps il se disperse dans l'espace.

Il faut aussi remarquer que le théorème d'Ehrenfest considéré comme une liaison naturelle entre la mécanique quantique et la mécanique classique ne peut pas résoudre la question. Ainsi par exemple, dans le cas de l'oscillateur harmonique sur OX, si le corpuscule se trouve en un état stationnaire le théorème d'Ehrenfest ne donne que le renseignement pauvre que la valeur moyenne de sa coordonnée x est égale à zéro, tandis que le mouvement réel est sûrement très compliqué.

Parmi les résultats fondamentaux de la mécanique quantique figurent les relations d'incertitude de Heisenberg, $\Delta X \, \Delta p_X \sim h$, etc., ou en forme plus précise $\sqrt{\overline{\Delta X^2}}\sqrt{\overline{\Delta p_X^2}} \sim h$, etc., à l'interprétation desquelles est consacrée une littérature assez vaste. Leur interprétation où l'on attribue aux ΔX, Δp_X la propriété d'erreurs inévitables à cause de l'intervention de l'observateur (ou de son appareil) ne peut pas être considérée comme démontrée, quoiqu'ici nous ne nous en occuperons pas. Sous la forme $\sqrt{\overline{\Delta X^2}}\sqrt{\overline{\Delta p_X^2}} \sim h$, ..., elles parlent, au contraire, d'une relation entre les écarts quadratiques moyens $\sqrt{\overline{\Delta X^2}}$ et $\sqrt{\overline{\Delta p_X^2}}$ et ne donnent pas lieu aux mêmes conclusions. De même le « principe de complémentarité » et la conclusion qui lui est liée que le principe de causalité doit être rejeté ne sont pas, d'après nous, convainquants pour un physicien. Donc la question du sens physique exact de ces relations qui expriment sans doute des lois objectives dans la nature, reste ouverte.

Comme on le sait $|\Psi|^2$ mesure la probabilité de présence du corpuscule. La vérification expérimentale s'effectue toujours à l'aide de plusieurs corpuscules, et l'on constate que leur distribution est donnée exactement par $|\Psi|^2$. On est d'accord que $|\Psi|^2$ mesure la probabilité liée au corpuscule lui-même, c'est-à-dire ce n'est pas l'ensemble de corpuscules et leur interaction mutuelle qui est la cause de leur distribution statistique finale. En effet les expériences concernant un ensemble de corpuscules, par exemple le passage d'un faisceau d'électrons par un orifice, se réalise également bien pour chaque densité du faisceau, éventuellement si on laisse passer les corpuscules un par un, où ils ne peuvent pas s'influencer. Mais ici apparaît la difficulté connue de nature physique, par exemple dans le cas de l'expérience de Young : comment l'électron qui passe par un des orifices « connaît-il » l'existence de l'autre, pour qu'on puisse expliquer l'influence d'un orifice sur la distribution statistique des électrons, passés par un autre orifice, ce que l'on explique d'une façon simple en se servant de la description ondulatoire du phénomène.

Pour résoudre ces difficultés et d'autres aussi, liées à la base de la mécanique quantique, plusieurs tentatives ont été faites. Une telle tentative fondamentale est celle de de Broglie [4] — la théorie de la double solution — et plus tard celle de Bohm [5] et Vigier [6]. Ces recherches sont orientées clairement vers une mécanique quantique causale. Feynemann [7] et Janossy [8] ont aussi essayé d'analyser la mécanique quantique du point de vue causal. Plusieurs physiciens connus tiennent fermement pour une interprétation probabiliste pure, en niant l'utilité de telles recherches. Ainsi Born [9] exprime l'opinion brutal que de telles tentatives doivent cesser et que l'on doit rejeter le mouvement réactionnaire de ceux qui tiennent à des conceptions purement corpusculaires. Fock [10] défend l'opinion que l'on doit simplement attribuer au corpuscule une certaine probabilité de présence donnée par une fonction Ψ qui vérifie l'équation de Schrödinger sans qu'il soit nécessaire d'en chercher des raisons. De Broglie [1] exprime, au contraire, un scepticisme par rapport à l'interprétation orthodoxe de la mécanique, en cherchant personnellement, comme nous l'avons dit, une nouvelle solution des difficultés connues. Ainsi dans un cas spécial d'état stationnaire d'un atome [11] il considère $|\Psi|^2$ comme mesure de la densité des orbites de l'électron sous l'action de forces aléatoires.

Dans l'exposé qui suit nous avons pour but d'indiquer une issue à plusieurs difficultés de la mécanique quantique en essayant de la réédifier sur une base causale sans employer la notion d'onde attachée au corpuscule comme cela a eu lieu historiquement pendant sa création. Cette construction sera réalisée à l'aide d'une idée physique nouvelle reposant sur un support matériel du champ. Comme nous avons montré dans des publications antérieures [12] son existence n'est pas en contradiction avec la théorie de la relativité restreinte qui peut, au contraire, être construite à l'aide de ce support matériel avec une signification physique en partie nouvelle. Les propriétés du champ que nous lui attribuerons ici conduisent à

une interaction entre les corpuscules élémentaires telle qu'elle nécessite une considération statistique. Comme nous allons le montrer dans la suite on trouve pour la description mathématique de la conduite d'un corpuscule élémentaire le formalisme mathématique de la mécanique quantique non relativiste. Nous n'avons pas tiré de ces résultats des conséquences physiques nouvelles. Le fait, pourtant, que l'on arrive au formalisme connu d'une façon naturelle en se basant sur le modèle proposé du champ ouvre des perspectives pour de telles conséquences.

Nous allons diviser l'exposé en trois parties. Dans le présent travail (I) nous allons exposer l'idée physique générale du travail et ses conséquences qualitatives donnant l'essentiel de l'image physique proposée. Dans (II), nous allons formuler les conditions mathématiques de départ et nous trouverons l'équation qui détermine la distribution statistique des positions du corpuscule. Dans (III), nous donnerons le formalisme mathématique général, ainsi que les conséquences générales qui en suivent.

Des communications brèves de tous ces résultats ont été données en quatre notes dans les C. R. [13].

A. **Caractère général de la nouvelle hypothèse sur le champ.** — 1. La mécanique classique de Newton étudie le mouvement de corps matériels, chacun de masse finie considéré comme point matériel $M(x, y, z)$ sous l'action d'une force F provenant d'un potentiel $U(x, y, z)$ (en admettant des forces conservatives). On suppose l'action à distance. En choisissant la fonction $U(x, y, z)$ on a un problème physique concret. On ne se soucie pas d'une signification physique plus profonde de la fonction U.

En cas de mouvement des corps électrisés, les lois de l'électrodynamique contenues dans les équations de Maxwell-Lorentz sont valables. Ces dernières ont été établies à l'aide de l'hypothèse de l'action de proche en proche et du champ comme une propriété physique d'un support matériel — l'éther. On attribue au champ de Maxwell-Faraday des propriétés physiques concrètes tirées des macro-objets. Quelques-unes de ces propriétés n'ont pas perdu leur signification jusqu'à aujourd'hui. On sait que les tentatives de Maxwell pour créer un modèle mécanique de l'éther ont échoué, mais il est aussi vrai qu'en se servant d'un modèle physique concret du champ, Maxwell est arrivé à ses célèbres équations. Plus tard le conflit bien connu entre l'expérience et l'électrodynamique des corps en mouvement a eu comme conséquence que l'éther fut rejeté et la relativité restreinte fut créée par Einstein. Le développement de la théorie de la relativité et de toute la physique contemporaine a habitué les physiciens à la pensée que l'éther (ou en général un support matériel du champ) appartient à l'histoire et qu'il ne peut plus être ressuscité. Le champ, au contraire, est une notion fondamentale de la physique contemporaine. Du point de vue classique son sens est très peu clair. Pourtant dernièrement, surtout en rapport avec la théorie des champs, on reparle de propriétés physiques concrètes du champ qui ne sont pas dénuées d'un sens classique (par exemple les « fluctuations du vide », [14], [15]).

Ici nous reprendrons et approfondirons l'idée utilisée en [12] d'un support matériel du champ que nous avons appelé subvac pour le distinguer de l'éther classique auquel on a attribué des propriétés différentes. A cause de la complexité évidente de ce problème et faute de résultats expérimentaux appropriés, nous nous contenterons d'une première image mentale et plutôt qualitative du subvac et de sa dynamique. (On trouve une tentative pour attribuer des propriétés physiques concrètes au vide dans un travail de Bohm et Vigier [16].) Nous voudrions aussi exprimer la conviction que cela représente un premier pas vers une théorie future complète de ces phénomènes qui élargira l'électrodynamique de Maxwell de sorte qu'elle englobe d'une façon naturelle le domaine des phénomènes quantiques et aussi comme un premier pas vers une théorie « cinétique », si l'on peut dire, du subvac présentant une certaine analogie avec la théorie cinétique de la matière. Alors l'électrodynamique classique aurait dû être trouvée comme une première approximation dans des domaines où il ne serait pas nécessaire de tenir compte de la structure discrète du champ.

2. Nous allons considérer le champ — le subvac — comme une sorte de substance ayant une structure discontinue. Ses constituants élémentaires ou ses « atomes » seront indiqués comme particules AS (atomes du subvac). Les corpuscules AS, possédant des dimensions finies dans l'espace, seront considérées comme des constructions compliquées. Ils ont en propre des forces finies électrique et magnétique $\boldsymbol{E}_0$, $\boldsymbol{H}_0$ qui ont un caractère microscopique et une distribution chaotique et que l'on ne peut pas observer dans une expérience ordinaire macroscopique. Si les corpuscules AS dans un domaine d'espace fini sont excités par des influences extérieures (des sources), alors les vecteurs $\boldsymbol{E}_0$, $\boldsymbol{H}_0$ qui peuvent être variables s'arrangent dans un certain ordre. La somme totale des $\boldsymbol{E}_0$ resp. $\boldsymbol{H}_0$ dans un domaine contenant un certain nombre de corpuscules AS donne des vecteurs $\boldsymbol{E}$, resp. $\boldsymbol{H}$, qui représentent les valeurs macroscopiques des forces électrique et magnétique du champ créé et que l'on mesure pendant chaque expérience macroscopique. Nous émettons aussi l'hypothèse qu'un champ quelconque (par exemple le champ gravitationnel) est un produit des propriétés des corpuscules AS sans pouvoir préciser le caractère physique de son essence.

3. En cas d'absence de champ, les corpuscules AS possèdent un mouvement chaotique. En cas de présence d'un champ qui les met en état d'excitation et en un certain ordre, ils possèdent également un mouvement oscillatoire de nature chaotique. Dans tous ces cas ils leur sont propres des *fluctuations* continues. Pour cette raison toutes les grandeurs caractérisant le champ sont soumises à des fluctuations pour lesquelles sont valables les lois de la physique statistique.

4. Les corpuscules « élémentaires » de la physique atomique (l'électron, les nucléons, etc.) que l'on indiquera comme corpuscules μ (micro-corpuscules) possèdent une structure complexe quoique inconnue maintenant, étant édifiés par des corpuscules AS. Ils possèdent des dimensions finies et une dynamique intérieure. Pour cette raison le champ qu'ils créent dans leur voisinage est variable, oscillant. (Par exemple le champ coulombien au voisinage d'un électron immobile est caractérisé par une valeur constante $\boldsymbol{E}$ du champ macroscopique qui est une valeur moyenne formée par le champ microscopique variable $\boldsymbol{E}_0$, $\boldsymbol{H}_0$.) Nous allons considérer ce champ, en première approximation, comme composé de deux ondes existantes dans un domaine Σ contenant le corpuscule μ et s'évanouissant loin de μ : une onde divergente φ_+ et une convergente φ_-, les deux formant une espèce d'onde stationnaire $\varphi(\varphi_+, \varphi_-)$. De l'énergie est continuellement échangée entre le corpuscule μ et les deux ondes φ_+, φ_- sans qu'elle soit émise à l'extérieur de Σ. (L'électrodynamique de Maxwell n'est pas valable ici.) Ces ondes φ_+, φ_- existent également si le corpuscule est en mouvement de vitesse v, leur longueur d'onde dépendant, d'une certaine façon, de v. Donc les mouvements à l'intérieur du corpuscule et ceux, dans les ondes sont en équilibre dynamique. L'action mécanique résultant sur μ de son propre champ formé par les ondes φ_+, φ_- sera représentée par une force mécanique F'. Celle-ci est nulle en cas de repos ou de mouvement uniforme de μ. Si F' n'est pas nulle le corpuscule subit une accélération comme dans le cas d'une force mécanique extérieure. Tout champ extérieur ou une cause extérieure représentée éventuellement par certaines conditions à la limite, fait changer le caractère du champ propre de μ c'est-à-dire des ondes φ_+, φ_- et de la force F' aussi. Il en résultera un changement du mouvement du corpuscule. Il est clair aussi que le centre de masse G d'un corpuscule μ peut être en repos ou qu'il peut posséder une vitesse quelconque. Le corpuscule μ possède évidemment aussi une énergie intérieure finie.

5. Soit un champ de potentiel $U(x, y, z)$. Alors les corpuscules AS sont en état d'excitation et en mouvement ordonné. Il est clair que la valeur de U sera déterminée d'une certaine façon par le mouvement des AS. Dans certains cas de mouvement d'un corpuscule μ limité dans un domaine d'espace (par exemple un mouvement autour d'un centre, noyau d'un atome etc.) dans le champ peuvent être créés des groupements stables ou des formations de corpuscules AS, que nous appellerons des formations Φ. Il existe aussi le phénomène inverse — décomposition d'une formation Φ en corpuscules AS. De cette façon peuvent être créées des formations successives Φ_1, Φ_2, ... d'énergies E_1', E_2', ... correspondant à leur mouvement intérieur. En d'autres termes, le champ de potentiel U peut être décomposé en formations $\Phi_1, \Phi_2, \ldots$ Supposons que μ soit en mouvement en présence d'une seule formation Φ_k. μ est en interaction avec Φ_k en interchangeant son énergie cinétique avec l'énergie de Φ_k. On aura, pour ainsi dire, le système (μ, Φ_k) d'énergie E_k. Les formations Φ_k, comme les AS aussi, possèdent des fluctuations, à cause de quoi l'énergie totale du système (μ, Φ_k) peut varier, mais puisque les fluctuations ont un caractère aléatoire, sa valeur moyenne dans le temps est constante, égale à E_k. Nous dirons que le corpuscule μ a une énergie E_k.

La formation Φ_k possède une dynamique intérieure et un certain type de mouvement de fréquence ν_k. Nous admettons pour Φ_k la validité de la formule de Planck $E_k = h\nu_k$. Une formation Φ_k peut être décomposée en une formation d'ordre inférieur $\Phi_l (l < k)$, la différence Φ_{kl} représentant une nouvelle formation — un corpuscule, à savoir un photon d'énergie $E_{kl} = E_k - E_l = h\nu_{kl}$ émis à l'extérieur, de vitesse c. Le phénomène inverse a lieu en cas d'absorption d'un photon. Alors une formation Φ_l passe en une formation Φ_k.

Puisque tous les corpuscules μ, Φ_k, Φ_{kl} sont formés par les mêmes éléments constitutifs AS, il est clair qu'en principe la possibilité de leurs transmutations mutuelles existe, ainsi que leur décomposition de nouveau en corpuscules AS.

B. **Conséquences qualitatives sur le mouvement des corpuscules** μ. — Nous allons maintenant voir le caractère des changements que les hypothèses émises introduisent sur le mouvement des corps matériels (plus exactement sur les corpuscules μ), en n'étudiant dans ce chapitre que le côté physique qualitatif des phénomènes et en laissant pour le travail suivant (II) les considérations quantitatives.

1. Probabilité de présence. — Considérons un corps N de masse macroscopique m, de vitesse v dans un champ donné $U(x, y, z)$ et de dimensions macroscopiques par rapport aux corpuscules AS ou μ. Il est clair que les propriétés du champ introduites ici n'auront pas un effet appréciable sur le mouvement du corps N, qui sera par conséquent décrit avec une bonne approximation par la mécanique classique ou par l'électrodynamique classique.

Soit maintenant un corpuscule μ (par exemple un électron) dans un champ donné. En tenant compte des nouvelles hypothèses, on aura ici, évidemment, un écart aux lois classiques. Considérons d'abord un cas où l'électron aurait décrit, dans le cas classique, des orbites fermées (par exemple : 1) Oscillateur harmonique à une dimension. 2) Problème de Kepler à deux dimensions en cas de $E < 0$).

Considérons un cas de la nature du premier exemple comme exemple d'un tel problème. Soit un électron en mouvement sur OX près d'un centre attractif O et admettons la création par son mouvement d'une seule formation Φ_1 d'énergie $E_1 = h\nu_1$. L'interaction entre μ et Φ_1 est plus compliquée que l'interaction classique entre μ et le champ U. En y ajoutant les fluctuations des corpuscules AS et de Φ_1 même, le corpuscule μ effectuera un mouvement compliqué qui ne peut pas être décrit par les équations classiques de mouvement à cause du caractère aléatoire des interactions en cause. Évidemment le mouvement du corpuscule μ aura des traits communs avec ceux d'un corpuscule Brownien. Alors s'impose d'une façon naturelle la pensée de chercher la description probabiliste du mouvement de l'électron en admettant une distribution stationnaire de cette probabilité avec le temps. (La notion d'état stationnaire dans ce type de problème sera étudié avec plus de détail en (II).) Nous définirons la probabilité de présence de la manière suivante, connue de la physique statistique classique. Admettons que la période classique de μ pour une énergie donnée est de l'ordre de T_0, et soit T un intervalle de temps grand par rapport à T_0, $T \gg T_0$. Admettons que pendant le temps T l'électron μ s'est trouvé dans l'intervalle x, $x + \Delta x$ pendant les intervalles de temps $\Delta t_1, \Delta t_2, \ldots \Delta t_q$ avec $\Delta t = \sum_1^q \Delta t_k$. Alors la probabilité de présence $\omega(x)\,\Delta x$ de μ dans l'intervalle Δx sur Ox sera donnée par la limite suivante dont on admet l'existence

$$\omega(x)\,\Delta x = \Delta x \lim_{T \to \infty} \frac{\Delta t}{T}, \tag{2}$$

en admettant aussi que $\omega(x)$ ne dépend pas de l'instant initial t_0 à partir duquel on mesure l'intervalle T.

La définition (2) peut évidemment être appliquée dans tous les cas de mouvement de μ à une dimension. Des raisons physiques nous conduisent à admettre que $\omega(x)$ est une fonction continue, uniforme, et qu'elle possède des dérivées. Puisque les grandes fluctuations sont plus rares, les valeurs de $\omega(x)$ pour des valeurs plus grandes de $|x|$ seront plus petites, de sorte qu'il est naturel d'exiger de ω les conditions à la limite $\omega(\pm\infty) = 0$ et la condition de normalisation

$$\int_{-\infty}^{\infty} \omega(x)\,\mathrm{d}x = 1. \tag{3}$$

Il est clair que l'on peut faire des considérations analogues pour les problèmes correspondant aux cas de deux ou de trois dimensions, à savoir : Pour des raisons différentes dans le champ peuvent être créés ou anéantis des groupements temporaires ou stables de corpuscules AS — des formations Φ. A cause des fluctuations l'électron se trouvera pendant un temps (fini ou infini) en état de mouvement stationnaire qui se prête à une description statistique. On détermine par un passage à la limite pareil à (2) sa probabilité de présence $\omega(x, y)\,\Delta x \Delta y$ dans un domaine $\Delta x\,\Delta y$ et d'une manière analogue pour le domaine $\Delta\tau = \Delta x\,\Delta y\,\Delta z$. Ici aussi les mêmes raisons physiques imposent de considérer que les fonctions $\omega(x, y)$ et $\omega(x, y, z)$ sont des fonctions continues et uniformes de valeurs nulle à l'infini. Alors la condition (3) doit être remplacée par la suivante (l'intégration étant effectuée dans tout le domaine de variation des coordonnées)

$$\int \omega\,\mathrm{d}\tau = 1. \tag{3'}$$

On peut faire la concrétisation utile suivante des exemples mentionnés à une ou à plusieurs dimensions. Dans le problème classique correspondant si l'on connaît pour $t = t_0$ la position initiale M_0 et la vitesse initiale $\boldsymbol{v}_0$ de μ on connaîtra aussi bien la trajectoire et la loi de mouvement correspondantes. Si du point M_0 on envoie successivement aux moments $t_0, t_1, t_2, \ldots, t_i, \ldots$ un grand nombre de corpuscules de la même nature μ supposés sans interaction et de la même vitesse initiale $\boldsymbol{v}_0$, alors ils se trouveront distribués sur l'orbite suivant une loi qui peut être prévue. Leur configuration conserve son aspect au cours du temps. Mais la situation change en tenant compte des nouvelles hypothèses. Si l'on se donne M_0, $\boldsymbol{v}_0$, la trajectoire de μ ne sera plus déterminée d'une part à cause de la loi inconnue de création des formations Φ, d'autre part à cause des fluctuations dans le subvac. Comme nous l'avons admis, le mouvement de μ dans ce cas est soumis à une distribution statistique donnée par la fonction ω. Si maintenant on laisse partir du point M_0 un grand nombre de corpuscules μ sans interaction, simultanément ou successivement, de la même vitesse $\boldsymbol{v}_0$, leur distribution moyenne dans l'espace et à chaque moment sera décrite par la même fonction $\omega(x, y, z)$ déterminant maintenant leur densité moyenne, $\omega\,\mathrm{d}\tau$ étant proportionnel à leur nombre dans le volume $\mathrm{d}\tau$.

Considérons maintenant le cas où l'électron μ, dans le problème classique correspondant, aurait décrit une trajectoire ouverte (par exemple problème de Kepler pour $E > 0$). Dans ce cas pour des données initiales fixées l'électron décrira en général une trajectoire ouverte compliquée qui ne peut évidemment pas être prévue à l'aide de la mécanique classique, et l'on aura des probabilités différentes de le trouver en différents endroits dans

l'espace. En répétant plusieurs fois l'expérience précédente avec des corpuscules μ émis successivement dans les mêmes conditions initiales M_0, v_0 (des corpuscules μ sans interaction), alors on aura une famille de trajectoires non classiques et une distribution statistique des corpuscules. La probabilité de leur distribution moyenne (ou la probabilité qu'un corpuscule donné se trouve dans le volume $d\tau$) sera définie comme dans le cas d'orbites fermées.

2. Mouvement uniforme. — Considérons pour simplifier le mouvement d'un corpuscule suivant OX et soit le potentiel $U = 0$. Alors le mouvement classique du corpuscule s'effectue à vitesse constante $v = v_{0X}$. En tenant compte des nouvelles hypothèses sur le champ si l'on a un corpuscule macroscopique dont on connaît la position initial M_0 et la vitesse initiale v_{0X}, on aura aussi un mouvement uniforme avec $v = v_{0X}$ puisque dans ce cas on peut négliger l'effet des fluctuations.

Soit maintenant un corpuscule μ en mouvement sur OX dans le cas $U = 0$ et admettons que pour $t = t_0$ on connaît exactement la position M_0 et la vitesse $v_{0X} = v$ de μ. Alors son mouvement ne sera plus strictement uniforme à cause des fluctuations dans le champ, qui feront changer v de Δv (variable avec le temps). Dans un système K_0 en mouvement uniforme de vitesse v suivant OX, le corpuscule μ aura au moment initial une vitesse relative $v = 0$. Après un temps t la vitesse de μ en K_0 sera $\pm \Delta v$, où $|\Delta v|$ croît avec le temps, la valeur moyenne de Δv étant nulle. Les variations inconnues de la vitesse auront comme effet des incertitudes Δx sur la position x de μ et Δv sur la vitesse, qui imposent une description probabiliste du mouvement. Ainsi peut-on admettre qu'au moment $t = t_0$ on connaît la position et la vitesse de μ avec des incertitudes Δx, Δv_X, la question de la relation éventuelle entre Δx, Δv_X. restant ouverte. Il est facile de voir que le domaine de dimensions données Δx, Δv_X a tendance à se dilater avec le temps, puisque $|\Delta v|$ croît à cause des fluctuations, ce qui provoquera l'augmentation de $|\Delta x|$. Si $|\Delta x| = \infty$, c'est-à-dire la position de μ sur tout l'axe OX est indéterminée, on peut admettre que la valeur moyenne de Δv est égale à zéro, puisque l'effet moyen des fluctuations sur tout l'axe doit être nul. Alors le mouvement du corpuscule μ suivant OX sera caractérisé par une vitesse v constante, qui est en réalité sa vitesse moyenne. Cela est évidemment vrai aussi pour un mouvement uniforme de direction quelconque et de vitesse $\boldsymbol{v}$.

Ainsi s'il est connu que le corpuscule μ a une vitesse constante $\boldsymbol{v}$ (vitesse moyenne), sa position dans l'espace est inconnue. La densité de la probabilité de présence w de μ sera partout constante, proportionnelle à $1/v$. La condition de normalisation aura la forme (3'), l'intégrale étant prise dans un domaine limité fixe.

Il est clair que plus grande serait v, plus petit sera l'effet moyen des fluctuations de valeur déterminée sur le mouvement. Par conséquent en augmentant v (c'est-à-dire l'énergie du corpuscule) on s'approche du mouvement uniforme classique.

3. Mur de potentiel et barrière de potentiel. — Considérons le mouvement uniforme de vitesse v dans le sens $+ OX$ d'un corpuscule matériel dans le cas où le potentiel $U(x)$ représente un mur de hauteur U_0 pour $x \geqslant 0$ et de valeur $U = 0$ pour $x < 0$. Le résultat classique ici est connu : si l'énergie E du corpuscule incident est $> U_0$, le corpuscule passe dans le domaine $x > 0$; si $E < U_0$, il retourne. D'après les nouvelles hypothèses sur le champ la solution du problème est différente. En effet, par suite des fluctuations, le champ varie pour chaque x, la hauteur du mur sera variable avec x et t, donc le corpuscule aura toujours une chance de pénétrer à différentes profondeurs dans le domaine $x > 0$, ainsi que d'en revenir. Le corpuscule en mouvement de vitesse v est accompagné constamment par le domaine Σ qui le contient, ainsi que par les deux ondes φ_+, φ_-. L'onde φ_+ de vitesse $c > v$ pénètre dans le domaine $x > 0$, elle est réfléchie au point $x = 0$, et elle revient comme une onde φ_- déformée. Par conséquent une force mécanique variable commencera à agir sur μ et sa vitesse variera. Puisque dans un certain domaine contenant le point $x = 0$ et pour un certain intervalle de temps le phénomène aura un caractère stationnaire, alors la valeur de v ne doit dépendre que de x, de façon que la probabilité de présence w sera, à gauche et à droite de $x = 0$, une certaine fonction $w(x)$ de x.

Si le potentiel $U(x)$ forme une barrière simple de l'espèce $U = 0$ pour $x < 0$, $U = U_0$ pour $0 \leqslant x \leqslant x_1$, $U = 0$ pour $x > x_1$, alors des considérations qualitatives pareilles aux précédentes montrent que le corpuscule venant de gauche à vitesse constante v, aura toujours, grâce aux fluctuations, une certaine chance de pénétrer dans la barrière, de la traverser, ainsi que d'en être réfléchi. On pourrait donc trouver la probabilité $w(x)$ pour chaque x. Le caractère stationnaire de la probabilité est dû au phénomène dans le domaine Σ, c'est-à-dire aux ondes φ_+, φ_-. Il est clair aussi que si l'on a des corpuscules enfermés dans un puits de potentiel, on peut énoncer des considérations semblables. Il s'ensuit qu'aucun puits de potentiel ne peut être une prison absolue pour les corpuscules à cause des fluctuations inévitables.

4. Phénomènes d'interférence. — Un corpuscule, dont le mouvement est soumis aux lois de la mécanique classique, décrit dans un champ

donné U une trajectoire strictement déterminée et avec elle on ne peut évidemment lier aucun phénomène d'interférence. Si on se donne une certaine distribution initiale des positions et des vitesses de tels corpuscules, on trouve à un autre endroit une autre distribution des corpuscules qui en principe peut être calculée d'après la mécanique classique.

Considérons maintenant, en partant de la nouvelle hypothèse, le mouvement d'un corpuscule μ dans une expérience quelconque liée à un phénomène typique d'interférence de la théorie classique des ondes, par exemple l'expérience de Young qui donne une idée générale sur tous les cas d'interférence. Soit un corpuscule μ (un électron) en mouvement uniforme de vitesse v vers un écran A non transparent pour μ muni de deux orifices 1, 2. Dans le cas d'une direction de mouvement convenable il passera évidemment, ou bien par l'orifice 1, ou bien par l'orifice 2. Mais les ondes φ_+, φ_- du domaine Σ qui l'accompagne, seront déformées en se réfléchissant par les parties non transparentes de l'écran et en passant partiellement par les orifices. Elles créent ainsi aux environs de l'écran A un phénomène d'interférence déterminé qui aura une stabilité relative dans l'espace pendant un intervalle déterminé de temps Δt. En outre, en accord avec l'hypothèse précédente, la force mécanique totale agissant sur μ dépendra de ce phénomène d'interférence et elle sera variable dans l'espace. Alors μ décrira une certaine trajectoire en passant par l'orifice 1 ou 2 et en tombant quelque part sur un autre écran B. Chaque autre corpuscule nouveau μ qui arrive avec la même vitesse aura, à cause des fluctuations, une autre trajectoire, mais puisque le phénomène d'interférence sera stable dans l'espace la famille de trajectoires en question aura une distribution statistique stable dans l'espace. Par conséquent la probabilité w de trouver un certain corpuscule aux environs de l'écran A aura une distribution fixe dans l'espace $w(x, y, z)$, donc sur des endroits déterminés de l'écran B tomberont plus de corpuscules, et moins sur d'autres endroits. Il est clair en plus que la fonction $w(x, y, z)$ sera différente suivant que l'écran A possède un ou deux orifices, c'est-à-dire que l'électron μ qui passe par l'orifice 1 « connaît » l'existence ou la non existence de l'orifice 2 et en « tient compte », grâce au phénomène qui a lieu dans le domaine Σ (ou bien aux ondes φ_+, φ_-). D'une manière analogue peuvent être traitées toutes les expériences d'interférence ou de diffraction : la non existence des domaines inaccessibles pour les corpuscules derrière un écran non transparent, la réflexion des corpuscules par la surface d'un milieu semi-transparent pour les corpuscules, la réflexion sélective et le passage des corpuscules à travers des cristaux, etc. La question qui reste à résoudre dans tous ces cas considérés est de trouver la description quantitative de ces phénomènes, c'est-à-dire la fonction $w(x, y, z)$, ce que nous allons faire dans le travail suivant.

Manuscrit reçu le 20 juin 1959.

BIBLIOGRAPHIE

[1] DE BROGLIE (L.), La physique quantique restera-t-elle indéterministe ? Paris, 1953.
[2] EINSTEIN (A.), Électrons et Photons, Paris, 1928 (Gauthier-Villars).
[3] PLANCK (M.), *Ann. Physik*, 1940, **37**, 4.
[4] DE BROGLIE (L.), *J. Physique Rad.*, 1927, **8**, n° 5, 225.
[5] BOHM (D.), *Phys. Rev.*, 1952, **85**, 166 ; *Phys. Rev.*, 1952, **85**, 180.
[6] VIGIER (J.), La physique quantique restera-t-elle indéterministe ? Paris, 1953.
[7] FEYNMANN (R. P.), *Rev. Mod. Physics*, 1948, **20**, n° 2, 367.
[8] JANOSSY (L.), *Acta Physica*, 1952, **1**, 423.
[9] BORN (M.), *Proc. Phys. Soc.*, 1953, **66**, n° 402 A, 501.
[10] FOK. (B.), *Ou. Ph. N.*, 1957, T. LXII, B. 4.
[11] DE BROGLIE (L.), *C. R. Acad. Sc.*, 1956, **243**, 689-692.
[12] DATZEFF (A.), *C. R. Acad. Sc.*, 1957, **245**, 827-829 ; *C. R. Acad. Sc.*, 1957, **245**, 891-894 ; *Ann. de l'Université de Sofia*, 1957-1958, **52**, 7-54, **L. 1**.
[13] DATZEFF (A.), *C. R. Acad. Sc.*, 1958, **246**, 1502-1505 ; *C. R. Acad. Sc.*, 1958, **246**, 1670-1672 ; *C. R. Acad. Sc.*, 1958, **246**, 1812-1815 ; *C. R. Acad. Sc.*, **247**, 1565-1568.
[14] WELTON (Th.), *Phys. Rev.*, 1948, **74**, 1157.
[15] SOKOLOV (A. A.), TOUMANOV (B. C.), *J. T. Ph.*, U. R. S. S., 1956, T. **30**, B. 4.
[16] BOHM (D.) et VIGIER (J. P.), *Phys. Rev.*, 1958, **109**, n° 6, 1881-1889.

MESURES DU RENDEMENT DE FLUORESCENCE DE LA COUCHE K DANS LE NICKEL ET LE CHLORE ET DE LA COUCHE L DANS L'ARGENT

Par Mlle F. BERTRAND et MM. G. CHARPAK et F. SUZOR,
Laboratoire de Synthèse Atomique, C. N. R. S.

Résumé. — A l'aide d'une méthode déjà décrite, employant la technique du compteur proportionnel, on trouve comme rendement de fluorescence :
dans la couche K pour le nickel...... $R_K = 0{,}38 \pm 0{,}01$,
dans la couche K pour le chlore ..... $R_K = 0{,}093 \pm 0{,}003$,
dans la couche L pour l'argent ...... $R_L = 0{,}047 \pm 0{,}002$.

Abstract. — By a method described in a previous article, measurement has been made of the following fluorescence yields :
Nickel ...... $R_K = 0.38 \pm 0.01$,
Chlorine..... $R_K = 0.093 \pm 0.003$,
Silver....... $R_L = 0.047 \pm 0.002$.

1. **Principe des mesures.** — Ces mesures sont faites à l'aide d'un compteur proportionnel et par la même méthode que celle déjà employée par deux d'entre nous pour la détermination du rendement de fluorescence de la couche K dans l'aluminium [1].

Une source monoénergétique de rayons X constituée par un radioélément se désintégrant par capture K est placée sur un écran d'épaisseur a de l'élément dont on cherche le rendement de fluorescence. L'écran seul sépare la source du gaz du compteur ; dans celui-ci le rayonnement primaire ayant traversé l'écran, ainsi que le rayonnement secondaire de fluorescence produit dans l'écran sont tous deux comptés dans un angle solide 2π. $y(a)$ étant le rapport des intensités des rayonnements secondaires et primaires traversant l'écran, il est possible de calculer aisément [1] la courbe : $\frac{y(a)}{\rho} = f(\mu_1, \mu_2)$, où μ_1 et μ_2 sont les coefficients d'absorption des rayonnements primaires et secondaires dans l'écran, et ρ la probabilité d'émission d'un photon de fluorescence après absorption dans l'écran d'un photon du rayonnement primaire incident. Tenant compte de l'efficacité du compteur on peut obtenir expérimentalement les valeurs $y(a)$ pour différentes épaisseurs a de l'écran. La comparaison de la courbe théorique et des valeurs expérimentales permet de déterminer ρ. Si l'énergie du photon incident est légèrement supérieure à l'énergie de liaison de la couche étudiée, l'absorption se produit principalement par effet photoélectrique dans cette couche, et en appelant Π la probabilité d'ionisation dans la couche déduite de la discontinuité d'absorption, on a : $R = \frac{\rho}{\Pi}$, R étant le rendement de fluorescence dans la couche considérée, qui se trouve ainsi déterminé.

2. **Mesure de R_K dans le nickel.** — Les écrans de nickel sont des feuilles minces laminées. On utilise pour le rayonnement primaire la raie X_K du gadolinium de 9,2 keV provenant de la désintégration du germanium 71. Étant donné les énergies des rayonnements à mesurer, on a rempli le compteur

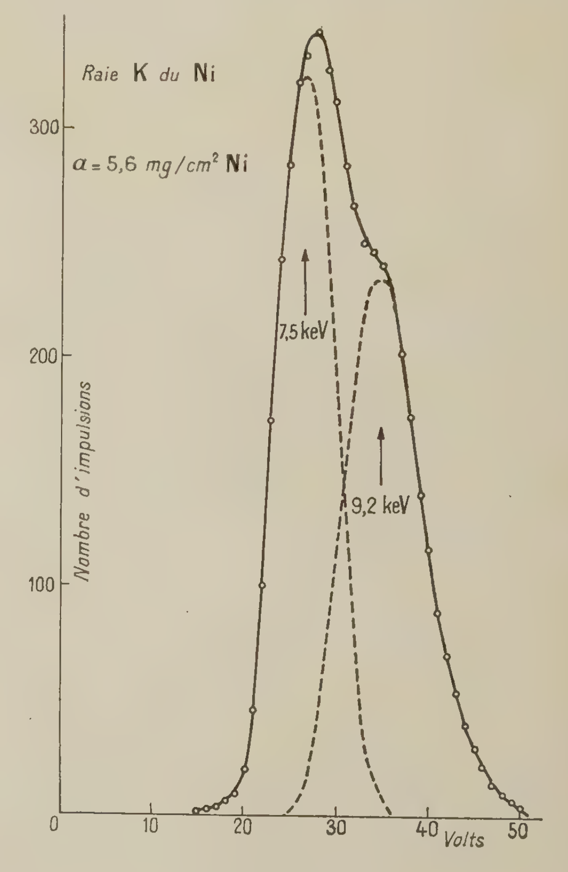


FIG. 1.

proportionnel avec un mélange de krypton sous 50 cm de mercure et de propane sous 6 cm ; l'efficacité est alors 0,95 pour le rayonnement primaire de 9,2 keV et 1 pour le rayonnement de fluorescence de 7,5 keV. On obtient sur le même spectre (*fig.* 1) les deux raies qui sont très proches l'une de l'autre. La séparation quantitative est cependant possible car on connaît de façon précise la résolution du compteur, ayant par ailleurs la forme des raies obtenues avec le germanium évaporé sur du chlorure de polyvinyle (raie de 9,2 keV) et avec le zinc 65 (raie de 8,0 keV).

La courbe théorique a été construite pour $\mu_1 = 268$ cm²/g et $\mu_2 = 58$ cm²/g (cette valeur de μ_1 est une valeur pondérée tenant compte du mélange des raies $K_{\alpha 1}$ et $K_{\alpha 2}$ du gadolinium). Le meilleur accord entre points expérimentaux et courbe théorique (*fig.* 2) est obtenu avec $\rho = 0,35$.

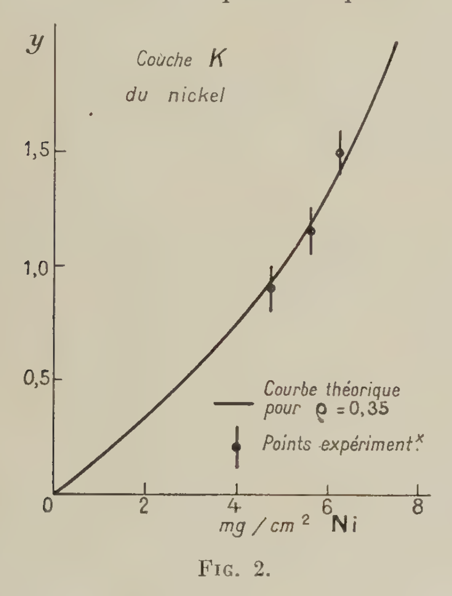


Fig. 2.

En admettant pour le nickel la valeur $\Pi = 0,92$ pour la probabilité d'ionisation dans la couche K, on a pour le rendement de fluorescence dans la couche K du nickel :

$$R_K = 0,38 \pm 0,01.$$

La valeur que nous obtenons ainsi pour le nickel est en excellent accord avec d'autres résultats expérimentaux (2) et avec les valeurs 0,377 tirée de la formule semi-empirique

$$\left(\frac{R_K}{1 - R_K}\right)^{1/4} = A + BZ + CZ^3$$

où nous prenons pour A, B et C les valeurs déterminées le plus récemment [3].

3. **Mesure de R_K dans le chlore.** — Nous avons choisi le chlorure de polyvinyle comme écran contenant du chlore, parce qu'il ne contient par ailleurs que des éléments légers dont les rayonnements de fluorescence ont une énergie faible par rapport à la valeur 2,6 keV du chlore. On utilise pour le rayonnement primaire la raie X_K du manganèse provenant de la désintégration du fer 55. L'intensité du rayonnement primaire a été mesurée avec un remplissage du compteur en argon et celle du rayonnement de fluorescence avec un remplissage en propane. Les conditions expérimentales et les spectres obtenus sont alors analogues à ceux publiés [1] dans le cas de la mesure de R_K dans l'aluminium.

Compte tenu de la composition des feuilles de chlorure de polyvinyle et du mélange des raies $K_{\alpha 1}$ et $K_{\alpha 2}$, on a pris les valeurs $\mu_1 = 127$ cm²/g et $\mu_2 = 169$ cm²/g pour le calcul de la courbe théorique. Le meilleur accord entre points expérimentaux et courbe théorique (*fig.* 3) est obtenu avec $\rho = 8,4\ 10^{-2}$.

En admettant pour le chlore la valeur $\Pi = 0,90$ pour la probabilité d'ionisation dans la couche K, on a pour le rendement de fluorescence dans la couche K du chlore :

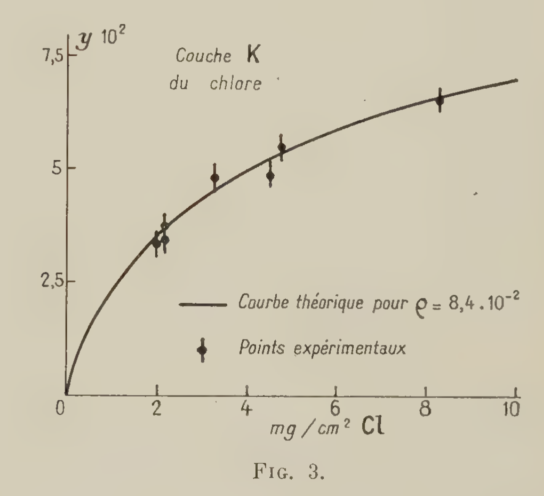


Fig. 3.

$$R_K = 0,093 \pm 0,003.$$

Pour le chlore la formule semi-empirique précédemment citée nous fournit la valeur 0,077. La valeur expérimentale que nous obtenons et qui est supérieure confirme le fait que nous avons déjà mentionné [1] lors de la mesure sur l'aluminium, à savoir que pour des valeurs de Z inférieures à 20 environ, la formule semi-empirique semble fournir des valeurs systématiquement trop faibles.

4. **Mesure de R_L dans l'argent.** — Les feuilles d'argent utilisées sont soit des feuilles laminées, soit pour les plus minces des feuilles obtenues par vaporisation et fournies par le C. E. A. Étant donné l'énergie, 3,8 keV des raies L de l'argent, on a choisi comme rayonnement primaire celui

émis par le fer 55. La résolution du compteur ne permet pas de séparer dans le rayonnement de fluorescence les raies correspondant aux différentes sous-couches L. Les intensités du rayonnement primaire ont été mesurées par remplissage du compteur soit en krypton soit en argon. Celles du rayonnement de fluorescence ont été mesurées par

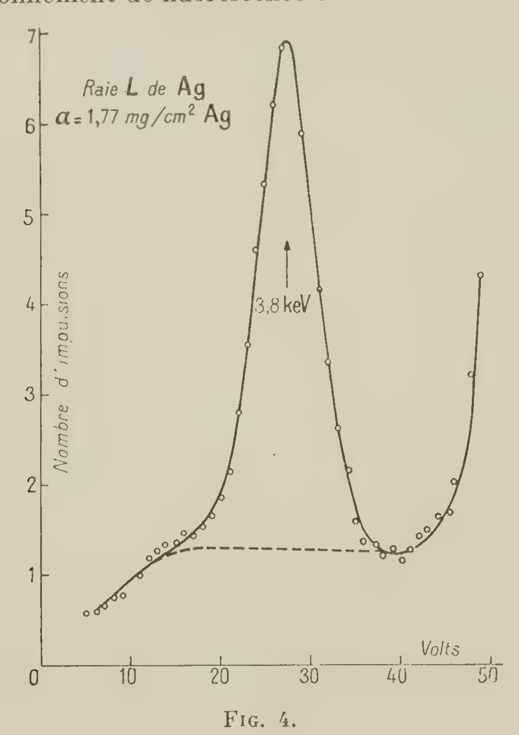


Fig. 4.

remplissage du compteur en propane sous 57 cm de mercure ; la figure 4 reproduit dans ces conditions la raie de 3,8 keV pour une feuille d'argent d'épaisseur $a = 1{,}77$ mg/cm².

La courbe théorique a été calculée avec $\mu_1 = 500$ cm²/g et $\mu_2 = 470$ cm²/g (cette valeur de μ_1 est une valeur pondérée tenant compte du mélange des raies $K_{\alpha 1}$ et $K_{\alpha 2}$ du manganèse). Le meilleur accord entre points expérimentaux et courbe théorique (*fig.* 5) est obtenu avec $\rho = 3{,}94\ 10^{-2}$.

Les probabilités d'ionisation Π_1 Π_2 Π_3 dans les trois sous-couches L se déduisent des discontinuités de la courbe du coefficient d'absorption au voisinage des énergies critiques [4].

On a

$$\Pi_1 = 0{,}17 \qquad \Pi_2 = 0{,}23 \qquad \Pi_3 = 0{,}43$$

et

$$\Pi = \Pi_1 + \Pi_2 + \Pi_3 = 0{,}83,$$

Π étant la probabilité d'ionisation totale dans la couche L. Pour exprimer la valeur expérimentale ρ, donnée par nos expériences, en fonction des coefficients de fluorescence R_{L_1}, R_{L_2} et R_{L_3} il faudrait non seulement tenir compte des probabilités d'ionisation Π_1, Π_2, Π_3, précédentes, mais encore des transitions non radiatives du type Coster-Krönig [5] ayant pour effet de déplacer des vacances de la sous-couche L_1 à la sous-couche L_3.

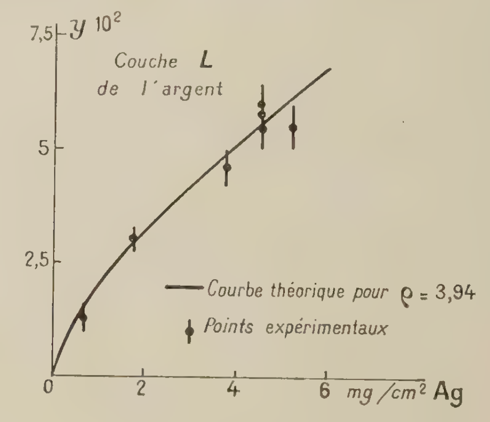


Fig. 5. — Sur la figure lire $\rho = 3{,}94 \times 10^{-2}$.

Nous nous contenterons ici de définir un rendement moyen de fluorescence dans la couche L par la relation

$$R_L = \frac{\rho}{\Pi} = 0{,}047 \pm 0{,}002.$$

Cette détermination se situe entre une mesure ancienne de Lay [6] ($R_L = 0{,}108$) et un calcul plus récent de Bartolini, Lazzarini et Zappa [7] ($R_L = 0{,}031$).

Nous remercions le Centre National de la Recherche Scientifique grâce auquel ce travail a pu être accompli.

Manuscrit reçu le 17 juillet 1959.

BIBLIOGRAPHIE

[1] Suzor (F.) et Charpak (G.), *J. Physique Rad.*, 1959, **20**, 462.
[2] Ross, *Phys. Rev.*, 1957, **105**, 931.
[3] Laberrigue-Frolow (Mme J.) et Radvanyi (P.), *J. Physique Rad.*, 1956, **17**, 944.
[4] Compton et Allison, X Rays in theory and experiment, Van Nostrand Company, New York, p. 529.
[5] Burhop, The Auger Effect and other radiationless Transitions, Cambridge University Press, p. 76.
[6] Lay, *Z. Physik*, 1934, **91**, 533.
[7] Bertolini, Bisi, Lazarrini et Zappa, *Nuovo Cimento*, 1954, **10**, 539.

PRODUCTION DE TRITIUM DANS LE THORIUM PAR DES PROTONS DE 135 MeV

Par M. LEFORT, G. SIMONOFF et X. TARRAGO
Laboratoire de Physique Nucléaire, Orsay
et R. BIBRON,
Centre d'Études Nucléaires de Saclay.

Résumé. — On a mesuré la section efficace de production de tritium après bombardment de thorium par des protons de 135 MeV accélérés au synchro-cyclotron d'Orsay. Le tritium était extrait des cibles par chauffage, dans un creuset de graphite, par courants H. F. sous atmosphère d'hydrogène. L'hydrogène tritié était ensuite transformé en eau tritiée et le tritium mesuré au moyen de scintillateur liquide. La section efficace obtenue est de 19,5 ± 0,5 mbarns et dix pour cent des tritons ont une énergie supérieure à 35 MeV. On attribue cette production à un processus de double pick-up.

Abstract. — We have measured the cross-section of tritium production by bombardement of thorium by 135 MeV protons in the Orsay synchro-cyclotron. The tritium was separated from the targets by heating in a graphite crucible with a high-frequency generator, under hydrogen gas pressure. Tritiated water was synthetised and the tritium was measured with liquid scintillator. A value of 19.5 ± 0.05 mbarns was obtained for the tritium-cross section and ten percent of tritons have energies higher than 35 MeV. This large cross-section is attributed to a double pick-up process.

La production de tritium dans les réactions nucléaires a été signalée par plusieurs auteurs. En particulier, Wade et al. [1] ont montré que les particules alpha accélérées à 48 MeV produisaient sur l'or, le thorium et l'uranium du tritium avec une section efficace (α, t) plus grande que celle de la réaction (α, p 2n) qui conduit aux mêmes noyaux résiduels. Ces résultats ont été interprétés en supposant que la particule α perd un proton pendant la traversée du noyau. Dans le cas de bombardement par protons ou deutons, le mécanisme inverse du stripping a été envisagé. Au cours des cascades d'interaction directe, le proton incident capterait dans le noyau cible un ou deux neutrons (pick-up et double pick-up).

Les recherches sur la formation de tritium par bombardement de protons d'énergies élevées ont été inaugurées par Barkas et Tyren [2] sur le beryllium et le carbone à 330 MeV, par Harvey [3] sur divers éléments lourds à moins de 25 MeV et par Cohen et Handley [4] sur le beryllium, le fer, le palladium et le niobium, à 22 MeV. Fireman et Rowland [5] ont déterminé les sections efficaces des réactions N(p, t) et O(p, t) à 2,2 BeV en vue de recherches sur l'abondance du tritium dans l'atmosphère et sur sa production par les rayons cosmiques. Currie, Libby et Wolfgang [6] ont trouvé que la formation de tritium à 450 MeV passe de 7,3 mbarns dans le carbone à 71 dans le plomb. Kuznetsov et Mekhedov [7] ont étudié cette production pour des énergies de protons allant de 120 à 660 MeV et avec diverses cibles allant de l'aluminium au plomb. Goebel [8] a trouvé récemment une section efficace variant de 4 mb à 6,6 mb en bombardant le fer par des protons de 50 à 170 MeV.

D'après les calculs élaborés sur la désexcitation des noyaux composés ou des noyaux résiduels par évaporation de nucléons, l'émission de tritons par ce processus est peu probable pour des énergies de protons incidents inférieures à 150 MeV. L'étude expérimentale des sections efficaces de production de tritium et de la distribution en énergie et en angle de tritons émis nous a semblé intéressante. D'autre part, lorsqu'on étudie par voie radiochimique les divers noyaux résiduels des réactions de spallation, les sections efficaces correspondantes aux réactions (p, p2n) doivent être attribuées en réalité à la somme (p, p 2 n) (p, dn) et (p, t). La mesure du tritium est donc utile pour l'étude que nous avons entrepris sur la spallation du thorium.

Au cours de ce premier travail nous nous sommes efforcés de mettre au point une nouvelle méthode rapide et fidèle d'extraction et de mesure du tritium produit dans les cibles et nous avons déterminé la section efficace absolue dans le thorium 232 bombardé par des protons de 135 MeV. Nous avons obtenu quelques indications sur l'énergie des tritons formés.

1. **Conditions d'irradiation.** — On a irradié au synchrocyclotron en faisceau interne et en faisceau externe, des empilements de feuilles de thorium laminées à 0,1 mm d'épaisseur. Pour être certain de recueillir entièrement le tritium, on a dû placer en avant une pastille de thorium beaucoup plus épaisse de 5 mm (*fig.* 1). En effet des essais préliminaires nous avaient montré que la plus grande partie des tritons produits dans une feuille

de 0,1 mm ont une énergie suffisante pour s'échapper de celle-ci et traverser plusieurs dixième de millimètre de thorium. On verra au delà des

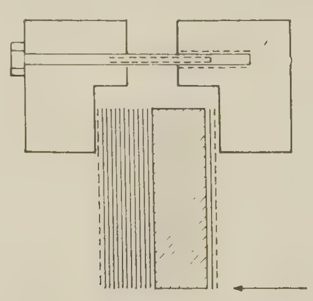


Fig. 1. — Empilement des feuilles de thorium pour irradiation en faisceau interne.

5 mm de thorium les résultats obtenus sont très reproductibles lorsqu'on passe d'une feuille à la suivante ; ceci indique que le tritium échappé est compensé par celui provenant des feuilles placées en avant. On peut donc ainsi convenablement mesurer la section efficace de production de tritium dans une épaisseur donnée de thorium.

L'ensemble de l'empilement était placé entre deux feuilles d'aluminium servant de moniteurs pour la mesure du flux des protons incidents et sortants. Cette mesure est obtenue par comptage des désintégrations β^- du sodium 24 produit par réaction (p, 3p n) dans ^{27}Al. L'étalonnage absolu du compteur utilisé a été fait avec diverses sources étalons de sodium 24. La section efficace de la réaction (p, 3p n) est de 9,2 mbarns pour des protons de 155 MeV d'après Hicks et al. [9]. Elle augmente légèrement lorsque l'énergie des protons baisse. On a calculé qu'après 6 millimètres de thorium l'énergie des protons est abaissée à 135 MeV. La section efficace pour ^{24}Na est alors de 9,7 mbarns. Nos résultats de comptage sur les feuilles d'aluminium ont donné effectivement des valeurs supérieures d'environ 5 % pour les feuilles placées à l'arrière du thorium.

Mesures en faisceau interne. — Diverses mesures sur les feuilles d'aluminium irradiées en faisceau interne ont montré que les dimensions de ce dernier correspondaient à environ 3 mm sur 20 mm. Les feuilles de thorium avaient 15 × 15 mm de sorte que seule une bordure de 3 mm recevait le faisceau intense de protons. Pour apprécier grossièrement la part des tritons produits dans l'axe du faisceau et celle des tritons émis sous un certain angle en dehors du trajet des protons, on a découpé après irradiation les feuilles de thorium en plusieurs parties. En mesurant le tritium dans chacune de ces portions on a pu calculer la section efficace dans la zone soumise au bombardement du faisceau, et dans des zones plus ou moins éloignées.

Mesure en faisceau externe. — A la sortie du synchrocyclotron, le faisceau externe a une sec-

TABLEAU I *illustrant une série de mesures.*

N° de la feuille de thorium	Découpage	Coups/minute	Section efficace en mb après corrections	Section efficace totale
2	3 mm	12 720	12,4	19,2
2	6	3 700	3,1	
2	6	320	0,34	
3	4	10 300	13,0	20,0
3	5	2 550	3,2	
3	6	345	0,3	
4	3	12 575	12,75	21,0
4	4	3 630	3,60	
4	4	485	0,40	
4	4	208	0,15	
5	4,5	11 150	12,7	19,1
5	5,5	880	3,1	
5	5	105	0,10	
6	3	9 790	12,1	21,7
6	6	3 210	4,4	
6	6	325	0,4	
8	3	9 690	12,2	19,4
8	12	2 850	3,6	
9	15	14 180	16,25	
10	5	13 050	14,8	18,2
	4	980	1,4	
	6	285	0,3	

tion d'environ 30 × 20 mm. Par autoradiographie de plaque d'aluminium irradiée dans ces conditions, on obtient la tache ci-contre (*fig.* 2). On a placé des feuilles de thorium de 5 cm de haut sur 4 cm de

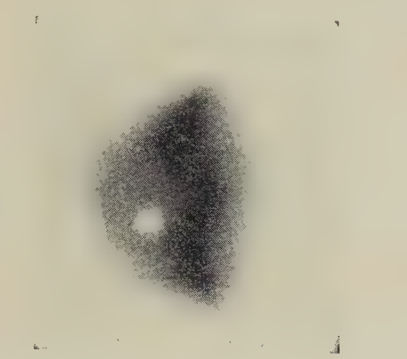


Fig. 2. — Image de la section du faisceau externe par autoradiographie β du sodium 24.

large de façon à ce que leur centre corresponde à la section du faisceau et qu'une marge importante soit réservée pour les tritons éventuellement émis sous certains angles. On a vérifié de la sorte les sections efficaces obtenues en faisceau interne.

2. **Extraction du tritium.** — On peut suivre sur la figure 3 les opérations d'extraction du tritium. La feuille de thorium placée dans un creuset de

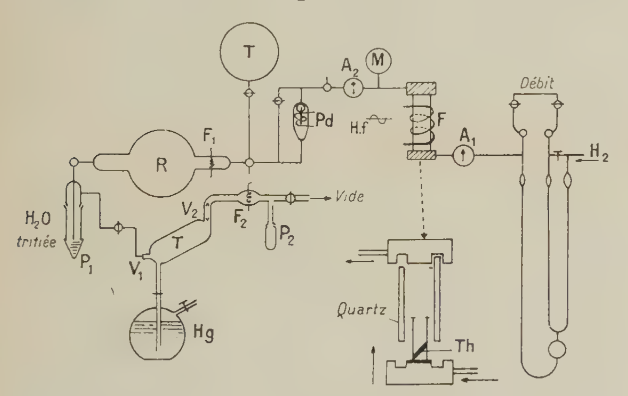


Fig. 3. — Schéma de l'appareil à extraction du tritium.

graphite ou de carbure de silicium est chauffée par induction à environ 1 600 °C sous une pression d'environ une demi-atmosphère d'hydrogène contrôlée au manomètre. Le four à haute fréquence Hermann-Moritz F a été modifié pour permettre ce type de chauffage. Il fonctionne pendant 5 minutes puis l'hydrogène mélangé au tritium extrait est transféré dans un ballon de 3 litres R après un passage à travers un tube diffuseur de palladium pour éliminer d'autres gaz. L'opération est répétée deux fois puis on lave à l'hydrogène. Des essais de contrôle ont montré qu'après ces opérations il reste moins de 1 % du tritium dans le thorium. On provoque ensuite la combustion de l'hydrogène en introduisant de l'oxygène dans le ballon. Un débit-mètre permet de contrôler les quantités d'hydrogène puis d'oxygène. On chauffe au rouge blanc un filament de platine F_1 placé à l'entrée de l'arrivée d'oxygène et l'eau de synthèse formée est condensée dans un doigt piégé à l'air liquide P_1. Cette eau tritiée est ensuite ajoutée à un scintillateur liquide. Le rendement de ces opérations a été mesuré au préalable avec de l'hydrogène tritiée et il est de 100 %. Le traitement est terminé en moins d'une heure. Les méthodes utilisées jusqu'ici pour recueillir et mesurer le tritium consistaient à chauffer les cibles dans des fours ordinaires pendant plusieurs heures sous atmosphère d'hydrogène très réduite et à refouler cet hydrogène dans le mélange gazeux d'un compteur proportionnel. Cependant l'extraction du tritium est bien meilleure d'une part lorsque la pression d'hydrogène est plus élevée car l'échange tritium-hydrogène est plus rapide, d'autre part en chauffant par courant d'induction H. F. ; si bien qu'au lieu d'une extraction partielle obtenue après plusieurs heures nous avons pu recueillir la totalité du tritium en quelques minutes.

3. **Mesures au scintillateur.** — L'activité des échantillons d'eau tritiée a été mesurée par scintillation en milieu liquide. L'appareil de détection et les performances qu'il permet d'obtenir ont déjà été décrits [10]. Il utilise le principe de mesure par coïncidence entre deux photomultiplicateurs refroidis.

Les échantillons tritiés (0,2 cm³) étaient introduits dans un scintillateur de composition suivante : dioxane : 9 cm³ ; toluène : 9 cm³ ; alcool : 1 cm³.

P. P. O. (2,5 diphényloxazole) : 4 g/l ; P. O. P. O. P. (1,4 bis 2(5 phényloxazolyl) benzène) 100 mg/l ; naphtalène : 50 g/l.

Ce scintillateur similaire à celui décrit par F. E. Kinard [11] contient cependant moins d'alcool (source importante de bruit de fond dû au ^{14}C) et permet d'obtenir avec une cuve de quartz un bruit de fond inférieur à 10 cpm pour une bande de 5 à 50 V.

Les solvants employés n'ayant pas un degré de pureté constant, le rendement de détection était déterminé pour chaque nouvelle préparation de scintillateur à l'aide d'un échantillon d'eau tritiée dont l'activité était connue avec une précision de ± 2 %. Ce rendement était d'environ 14 %.

4. **Résultats.** — Irradiations en faisceau interne. — On a mesuré le tritium au cours d'un grand nombre d'expériences et le tableau I, p. 960, résume les principales. On peut remarquer que les feuilles ont été découpées en diverses portions. Pour connaître la section efficace complète de formation du tritium il faut ajouter à celui recueilli dans la zone du faisceau le double de la valeur obtenue dans la partie de la feuille placée en dehors

TABLEAU II

	Th Faisceau interne	Th Faisceau externe	Pb 120 MeV (réf. n° 7)	Th 32 MeV (réf. n° 1)
Section efficace en mb	20 ± 1,5	19,5 ± 0,5	17 ± 5	24,2 ± 2,5

du faisceau. En effet le faisceau frappe la feuille sur un bord et la moitié seulement des tritons projetés obliquement ou par suite de la diffusion des protons est arrêté dans les feuilles de thorium, l'autre allant dans la chambre du synchro-cyclotron. On a donc construit le diagramme de la figure 4 avec plusieurs expériences et on a évalué la section efficace dans la zône du faisceau à 13,0 $\pm$ 0,5 mb et celle diffusée à 3,5 $\pm$ 0,5 mb. On est ains conduit à une section totale de 20 $\pm$ 1,5 mb.

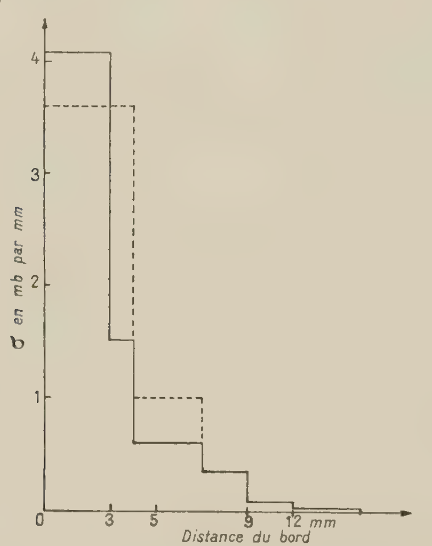


Fig. 4. — Répartition du tritium dans la cible.

Irradiations en faisceau externe. — Pour éviter les erreurs d'appréciation dues à la méthode précédente, on a irradié en faisceau externe pendant environ 1 heure. En recueillant le tritium dans des feuilles précédées d'une épaisseur suffisante de thorium, on obtient une section efficace de 19,5 $\pm$ 0,5 mbarns. Cette valeur est en bon accord avec celle indiquée par Kuznetsov et Mekhedov [7] pour des protons de 120 MeV sur le plomb (17 $\pm$ 5 mb).

Le tableau II rassemble les divers résultats.

Énergie des tritons. — On a mesuré la section efficace de formation du tritium dans des feuilles de

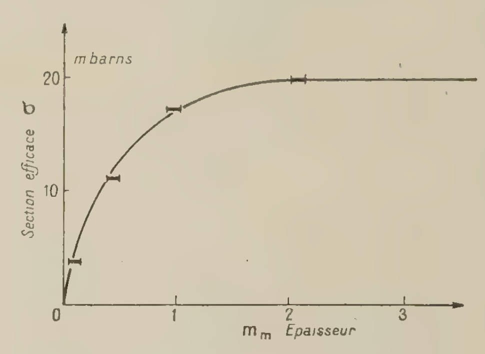


Fig. 5. — Section efficace du tritium en fonction de l'épaisseur de la cible.

thorium placées à des distances croissantes de la feuille d'entrée. Cette section augmente jusqu'au moment où l'on atteint la zone d'équilibre où le tritium projeté hors d'une feuille est remplacé complètement par celui venant de feuilles précédentes. On a pu tracer ainsi la courbe de la figure 5 en fonction de l'épaisseur de thorium. On peut remarquer qu'environ 50 % des tritons ont un parcours supérieur à 0,3 mm dans le thorium et que 10 % ont un parcours de plus de 1 mm. Ceci correspond à des énergies d'environ 15 et 35 MeV. L'analyse détaillée de la répartition en énergie et en angle des tritons formés fera l'objet d'une étude ultérieure, mais on peut déjà remarquer que selon Dostrovsky et al. [12] le nombre moyen de tritons évaporés pour une énergie d'excitation initiale de 150 MeV sur ^{181}Ta est très faible ou nul, alors qu'il est de 10 pour les neutrons et de 0,8 pour les protons. Nous espérons que la poursuite de ce travail apportera quelques renseignements sur le processus de formation du tritium dans les réactions de spallation sur les noyaux lourds.

Manuscrit reçu le 25 juillet 1959.

BIBLIOGRAPHIE

[1] Wade (W. H.), Vidal (J. Gonzalez), Glass (R. A.) et Seaborg (G. T.), *Phys. Rev.*, 1957, **107**, 134.
[2] Barkas (W. H.) et Tyren (H.), *Phys. Rev.*, 1953, **89**,1.
[3] Harvey (J. A.), *Canad. J. Phys.*, 1953, **31**, 278.
[4] Cohen (B. L.) et Handley (T. H.), *Phys. Rev.*, 1954, **93**, 514.
[5] Fireman (E. L.) et Rowland (F. S.), *Phys. Rev.*, 1955, **97**, 780.
[6] Currie (L. A.), Libby (W. F.) et Wolfang (R. L.), *Phys. Rev.*, 1956, **101**, 1557.
[7] Kuznetsov (V. V.) et Mekhedov (V. N.), Zh. Eks. Teor. Fiz. 1958, **35**, 587.
[8] Goebel (K.), Rapport CERN 58.2. (1er février 1958).
[9] Hicks (H. G.), Stevenson (P. C.) et Nervik (W. E.), *Phys. Rev.*, 1956, **102**, 1390.
[10] Bibron (R.), *Onde électrique*, 382 (janvier 1959).
[11] Kinard (F. E.), *Rev. Sc. Instr.*, 1957, **28**, 4, 293.
[12] Dostrovsky (I.), Rabinowitz (P.) et Bivins (R.), *Phys. Rev.*, 1958, **111**, 1659.

EXPOSÉ ET MISE AU POINT BIBLIOGRAPHIQUE

L'INTERPRÉTATION DE LA MÉCANIQUE ONDULATOIRE

Par Louis de BROGLIE

Résumé. — L'auteur fait une mise au point de la réinterprétation de la Mécanique ondulatoire par la théorie de la double solution que, reprenant ses tentatives de 1924-1927, il a tenté, depuis 1951 de développer avec la collaboration d'un certain nombre de jeunes chercheurs. Il a particulièrement insisté sur des résultats récemment obtenus ainsi que sur des points de vue nouveaux qui se sont imposés à son esprit depuis ses exposés de 1954-1955.

Abstract. — Restatement of the interpretation of the wave mechanic by the double-solution theory, wich the author, beginning again his attempts of 1924-1927, tried to develop with the collaboration of several young scientists.

Some results recently obtained are specially made obvious, in connection with new points of wiew, which commanded the author's attention since his statements of the years 1954-1955.

1. **Préliminaires.** — Aucun physicien n'ignore aujourd'hui que la Mécanique ondulatoire a reçu depuis plus de trente ans une interprétation « purement probabiliste » dans laquelle l'onde associée au corpuscule n'est plus qu'une représentation de probabilité dépendant de l'état de nos informations à son sujet et susceptible de varier brusquement avec elles (réduction du paquet de probabilité au sens de Heisenberg), tandis que le corpuscule est conçu comme n'ayant pas de localisation permanente dans l'espace et, par suite, comme ne décrivant pas une trajectoire bien définie. Cette manière de concevoir le dualisme onde-corpuscule a reçu le nom de « complémentarité », notion assez peu précise que l'on a cherché à extrapoler, d'une façon un peu périlleuse, en dehors du domaine propre de la Physique.

Cette interprétation de la Mécanique ondulatoire, bien différente, je le rappellerai, de celle que j'avais envisagée au début de mes recherches, est due principalement à MM. Born, Bohr et Heisenberg dont les brillants travaux sont d'ailleurs dignes de la plus grande admiration. Elle a été assez rapidement adoptée par presque tous les théoriciens malgré les réserves expresses que faisaient à son sujet des esprits aussi éminents que MM. Einstein et Schrödinger et les objections qu'ils lui opposaient. Personnellement, après avoir proposé une interprétation tout à fait différente je me suis rallié à celle qui devenait « orthodoxe » et je l'ai enseignée pendant de longues années. Mais depuis 1951, à la suite notamment de tentatives faites à cette époque par MM. Bohm et Vigier, je me suis à nouveau demandé si ma première orientation vis-à-vis du problème posé par l'existence du dualisme onde-corpuscule n'était pas la bonne. Quelques années ont passé et il me semble que le moment est venu de faire une nouvelle mise au point de l'état de la question en tenant compte des progrès accomplis depuis mes exposés de 1953-1954.

2. **Difficultés soulevées par l'interprétation actuelle de la Mécanique ondulatoire.** — Les objections les plus fortes que l'on peut élever contre l'interprétation actuellement admise de la Mécanique ondulatoire sont relatives à la *non-localisation* du corpuscule dans cette interprétation. Elle admet, en effet, que, si l'état de nos connaissances sur un corpuscule est représenté par un train d'ondes Ψ étendu, le corpuscule est présent dans tous les points de ce train d'ondes avec une probabilité égale à $|\Psi|^2$: cette présence pourrait être qualifiée de « potentielle » et c'est seulement au moment où nous constatons la présence du corpuscule en un point du train d'ondes par une observation, que cette potentialité s'actualise pour employer un langage de philosophes. Une telle conception se heurte à des difficultés qui ont été signalées avec force et de diverses manières par MM. Einstein et Schrödinger. J'ai repris récemment l'analyse de ce genre de difficultés dans un volume consacré à la théorie de la mesure de von Neumann [1, *b*].

Ces objections pouvant être présentées de beaucoup de manières différentes, je me contenterai de développer l'une d'elles qui est un peu schématique, mais qui montre bien la nature des paradoxes auxquels on est amené. Considérons un corpuscule enfermé dans une boîte B dont les parois lui sont infranchissables. Son onde Ψ est répandue dans la boîte et le corpuscule est « potentiellement » présent dans toute la boîte B avec une probabilité localement égale à $|\Psi|^2$. Supposons que par un procédé quelconque, par exemple en glissant une double cloison en travers de la boîte B, on divise cette boîte en deux parties isolées B_1 et B_2 et qu'ensuite on transporte les deux boîtes B_1 et B_2 en

deux lieux très éloignés par exemple à Paris et à Tokyo. Le corpuscule reste alors potentiellement présent dans l'ensemble des boîtes B_1 et B_2 et sa fonction d'onde Ψ comprend deux parties dont l'une Ψ_1 est localisée dans B_1 et l'autre Ψ_2 dans B_2. La fonction Ψ est donc alors de la forme :

$$\Psi = C_1 \Psi_1 + C_2 \Psi_2 \quad (1)$$

où C_1 et C_2 sont deux constantes, généralement complexes, telles que $|C_1|^2 + |C_2|^2 = 1$.

Les lois de probabilité de la mécanique ondulatoire nous disent que, si l'on fait à Paris, sur la boîte B_1 une expérience permettant de déceler la présence du corpuscule dans cette boîte, la probabilité pour que cette expérience donne un résultat positif est $|C_1|^2$ tandis que la probabilité pour qu'elle donne un résultat négatif est $|C_2|^2$. D'après l'interprétation usuelle, ceci aurait la signification suivante : le corpuscule étant présent « potentiellement » dans l'ensemble des deux boîtes avant l'expérience de localisation, il se localiserait brusquement dans la boîte B_1 à Paris dans le cas d'un résultat positif et il se localiserait brusquement dans la boîte B_2 à Tokyo dans le cas d'un résultat négatif. Une telle manière de voir ne me paraît pas admissible. La seule interprétation raisonnable me paraît être la suivante : le corpuscule était *avant* l'expérience de localisation dans l'une des deux boîtes B_1 et B_2, mais nous ignorions laquelle et les probabilités envisagées par la Mécanique ondulatoire usuelle traduisent cette ignorance ; si nous le décelons dans la boîte B_1, c'est qu'il y était déjà et si nous ne pouvons l'y déceler, c'est qu'il était dans la boîte B_2. Alors tout redevient clair parce que nous revenons à l'interprétation classique de la probabilité dont l'intervention résulte de notre ignorance. Mais, dès que l'on admet ce point de vue, il apparaît que la description du corpuscule par l'onde Ψ, bien que conduisant à une représentation parfaitement exacte des probabilités, ne nous donne pas une description *complète* de la réalité physique puisque le corpuscule doit avoir une localisation avant l'expérience qui la décèle et que l'onde Ψ ne nous dit rien à ce sujet.

L'exemple que nous venons de développer est un peu schématique, mais on peut en trouver un grand nombre d'autres : on y trouve toujours sous des aspects différents, la même difficulté fondamentale [1]. Il ne servirait à rien pour l'éviter de faire appel au formalisme des matrices statistiques de von Neumann : ce formalisme n'ajoute rien aux principes de l'interprétation probabiliste de la Mécanique ondulatoire et, si on l'applique au cas simple étudié plus haut, on se rend compte que la difficulté subsiste intégralement : j'ai d'ailleurs étudié d'autre part [1] la théorie de von Neumann et montré qu'elle se heurte, tout comme le formalisme primitif, aux paradoxes liés à la non-localisation. Quant à la théorie quantique des champs qui contient plus de choses que le formalisme primitif de la Mécanique ondulatoire puisqu'elle permet de représenter l'interaction constante des particules chargées avec le champ électromagnétique ainsi que l'apparition et la disparition des particules, elle ne peut aucunement lever les difficultés en question : dans l'exemple étudié plus haut, l'intervention des phénomènes que la théorie quantique des champs permet de représenter ne permet pas de comprendre comment une expérience faite à Paris a pour résultat de localiser soit à Paris, soit à Tokyo, un corpuscule qui n'était précédemment localisé dans aucun de ces deux lieux.

Le fait que, dans le monde physique, tout est localisé à chaque instant du temps dans le système de référence employé est une des données premières de notre expérience : l'introduction des conceptions de la théorie de la Relativité et de l'espace-temps einsteinien ne change rien à cette conclusion. L'abandon de la localisation ne permet plus de se faire aucune image « intelligible » du monde physique et c'est là une conséquence si grave qu'il y a lieu de tout tenter pour y échapper.

Il y a d'ailleurs, dans l'interprétation actuelle de la Mécanique ondulatoire, d'autres difficultés et notamment en ce qui concerne le caractère de l'onde Ψ usuellement considérée. Il est, en effet, impossible de considérer cette onde Ψ comme ayant le caractère concret d'une réalité physique que l'on attribuait aux vibrations en Physique classique. La possibilité de « normer » l'onde Ψ en choisissant arbitrairement son amplitude, la nécessité de modifier cette onde quand nous obtenons de nouvelles informations sur l'état du corpuscule conduisent naturellement à la considérer à une simple représentation de probabilité sans caractère objectif. Mais cette conception totalement subjective de l'onde Ψ comporte de grandes difficultés : ce sont ses interférences qui règlent les localisations possibles du corpuscule et il est bien difficile, quand on réfléchit par exemple au phénomène de la diffraction des électrons, de ne pas admettre que l'onde est une réalité physique se propageant dans l'espace. De plus, les états quantifiés des systèmes atomiques, auxquels il est impossible de ne pas attribuer un caractère de réalité physique, sont déterminés par le fait que les ondes Ψ associées sont des ondes stationnaires dont les fréquences sont déterminées, comme les ondes stationnaires de la Physique classique, par un calcul de valeurs propres. Tout ceci ne permet pas de penser que les ondes Ψ soient de pures représentations subjectives de probabilités : *il faut qu'elles aient quelque chose d'objectif.* On se garde bien dans les exposés de Mécanique quantique ou de Mécanique ondulatoire de trop insister sur ce point et les auteurs semblent osciller sans cesse entre l'idée que l'onde Ψ est une simple représentation de probabilité et celle qu'elle est une réalité physique. Enseignant depuis plus de 30 ans la Mécanique ondulatoire, je sais que j'ai moi-même constamment effectué ce genre d'oscillation.

J'ai insisté sur les difficultés que présente la non-localisation du corpuscule et le caractère subjectif de l'onde Ψ dans l'interprétation actuelle, mais je n'ai pas parlé jusqu'ici de l'indéterminisme qui s'est en même temps introduit en Physique quantique, qui s'y est introduit presque nécessairement puisqu'établir un déterminisme, c'est établir une chaîne de relations dans le cadre de l'espace et du temps de sorte que l'abandon de la localisation entraîne celui du déterminisme. Mais les objections, qu'à la suite d'Einstein et de Schrödinger j'aperçois maintenant dans l'interprétation purement probabiliste actuelle de la Mécanique ondulatoire, se rattachent essentiellement à la non-localisation plutôt qu'à l'absence de déterminisme : on pourrait concevoir des particules localisées qui

[1] Voir paragraphe 9.

seraient animées d'un mouvement entièrement indéterminé et les difficultés signalées plus haut sur l'exemple des boîtes B_1 et B_2 disparaîtraient. Cependant l'établissement d'un déterminisme, d'une causalité (les deux termes sont assez difficiles à délimiter exactement) est conforme à la marche habituelle de la pensée scientifique. La théorie de la double solution dont je vais maintenant parler rétablit le déterminisme en même temps que la localisation, mais elle est obligée, nous le verrons, d'introduire aussi un élément aléatoire qui peut d'ailleurs être rattaché à un déterminisme caché. Mais, en dehors de toute discussion philosophique sur le déterminisme ou la causalité, le point essentiel reste pour moi le rétablissement de la localisation et de l'objectivité.

3. **Origine de la double solution.** — Ayant expliqué pour quelles raisons il me paraît souhaitable de faire une réinterprétation de la Mécanique ondulatoire dans un sens plus concret et avec rétablissement de la localisation, je veux maintenant rappeler les principes de l'interprétation que j'avais proposée en 1926-1927 et vers laquelle je suis revenu dans ces dernières années.

Dans mes premiers travaux sur la Mécanique ondulatoire qui remontent à 1923, j'avais clairement aperçu qu'il fallait d'une façon générale associer au mouvement de tout corpuscule la propagation d'une onde. Mais l'onde homogène que j'avais été amené à considérer et qui est devenue l'onde Ψ de la Mécanique ondulatoire usuelle ne me paraissait pas décrire exactement la réalité physique : seule, sa *phase* directement reliée au mouvement du corpuscule me semblait avoir une signification profonde et c'est pourquoi j'avais d'abord nommé l'onde que j'associais au corpuscule « l'onde de phase ». Pourquoi avais-je ainsi attaché beaucoup plus d'importance à la phase de cette onde qu'à son amplitude ? Il y avait à cela deux raisons. La première était que ma découverte reposait essentiellement sur une analyse, faite suivant les conceptions relativistes, du rapport qui existe entre la fréquence d'une horloge en mouvement et celle d'une onde en propagation. J'avais remarqué que ces deux sortes de fréquences ne se transforment pas de même lors d'une transformation de Lorentz et que, pour cette raison, si une horloge se déplace au sein d'une onde en propagation, elle ne peut rester en phase avec cette onde que si elle a un mouvement parfaitement déterminé. Si l'on conçoit le corpuscule comme une sorte d'horloge qui doit rester en phase avec une onde qui l'environne, l'accord des phases implique une relation bien définie entre la propagation de l'onde et le mouvement du corpuscule.

Appliquant cette idée au cas le plus simple, j'avais reconnu qu'à la propagation d'une onde plane monochromatique doit être associé le mouvement rectiligne et uniforme d'un corpuscule et, en m'inspirant, pour introduire la constante h de Planck de la théorie des quanta de lumière d'Einstein, j'étais parvenu aux relations fondamentales :

$$W = h\nu \qquad \lambda = \frac{h}{p} \tag{2}$$

reliant l'énergie W et la quantité de mouvement p du corpuscule à la fréquence ν et à la longueur d'onde λ de l'onde associée. Ces relations que j'avais généralisées de diverses façons et dont j'avais pu tirer des conséquences intéressantes, sont restées à la base de la Mécanique ondulatoire et ont été brillamment confirmées par la découverte de la diffraction des électrons. Mais, comme elles ne faisaient intervenir, pour les relier au mouvement du corpuscule, que des éléments provenant de la phase φ de l'onde, j'attribuais à cette phase beaucoup plus d'importance qu'à l'amplitude de l'onde.

C'est qu'en effet, et c'est là la deuxième raison à laquelle je faisais allusion plus haut, l'amplitude continue des ondes que je considérais, en particulier l'amplitude constante des ondes planes monochromatiques, ne me paraissait pas avoir une signification physique aussi nette que la phase. Ne donnant aucune prérogative particulière à aucun point de l'espace, elle n'était pas susceptible de représenter la position du corpuscule : tout au plus, pouvait-on supposer, comme on le fit bientôt, qu'elle donnait par son carré la « probabilité de présence » du corpuscule en chaque point. Mais cette idée ne me donnait pas entière satisfaction et je rêvais d'un phénomène ondulatoire global donnant, dans le cadre de l'espace et du temps, une description unitaire du dualisme onde-corpuscule.

Peu après, d'autres savants tels que MM. Schrödinger et Born, influencés à la fois par mes travaux et par la Mécanique quantique de M. Heisenberg, faisaient faire de grands progrès à la Mécanique ondulatoire. Et il devenait de plus en plus évident que l'onde Ψ avec son amplitude continue ne pouvait servir qu'à des prévisions statistiques : ainsi s'orientait-on presque inévitablement vers cette interprétation « purement probabiliste » dont MM. Born, Bohr et Heisenberg furent les principaux promoteurs et qui, s'appuyant sur un formalisme élégant emprunté à l'analyse linéaire, a triomphé depuis lors.

Étonné de cette évolution qui ne me paraissait conforme ni à la mission explicative de la Physique théorique, ni à mes intuitions primitives, j'ai été amené à penser, vers 1925-1927, qu'il y avait lieu de considérer dans tout problème de Mécanique ondulatoire deux solutions couplées de l'équation des ondes : l'une, l'onde Ψ, dont la phase peut être interprétée physiquement, mais qui, en raison du caractère continu de son amplitude, n'a qu'une signification probabiliste et subjective, l'autre, l'onde u, ayant même phase que l'onde Ψ, mais dont l'amplitude présenterait autour d'un point de l'espace de très hautes valeurs (je disais alors qu'elle présentait en ce point une singularité au sens mathématique). L'onde u serait la véritable description de la réalité physique : elle fournit l'image du corpuscule, que je jugeais nécessaire d'obtenir, où celui-ci apparaît comme une forte « inhomogénéité » localisée dans une très petite région au sein d'un phénomène ondulatoire étendu auquel il est intimement incorporé. Et, grâce au parallélisme que postulait ma théorie entre l'onde u réalité objective et l'onde Ψ construction de notre esprit, il me semblait possible de justifier les propriétés de prévision statistique que l'on venait à juste titre d'attribuer à l'onde Ψ. Je reviendrai plus loin sur les relations entre l'onde u et l'onde Ψ telles qu'elles se sont précisées dans mon esprit pendant ces dernières années.

J'avais désigné l'idée assez subtile que je viens de

rappeler par le nom de « théorie de la double solution » et je l'avais exposée dans un article paru dans le *Journal de Physique* de mai 1927 [2] : elle représentait dans toute sa complexité ma véritable pensée. Mais, pour la commodité de l'exposé et pour éviter d'avoir à donner des justifications mathématiques difficiles, j'en avais présenté aussi (notamment au Conseil de Physique Solvay d'octobre 1927) une forme simplifiée que j'avais appelée la « théorie de l'onde-pilote » : elle consistait à considérer le corpuscule comme une réalité physique donnée *a priori* et de le supposer guidé, piloté, par l'onde Ψ usuelle. Cette manière de présenter mes conceptions avait l'inconvénient, que n'avait pas la théorie primitive de la double solution, de faire guider le corpuscule, considéré comme une réalité objective, par une onde dont je reconnaissais déjà, avec tous les autres théoriciens, le caractère statistique et subjectif. L'accueil peu favorable fait à ce moment à mes conceptions m'amena en 1928 à les abandonner et à me rallier à l'interprétation purement probabiliste de la Mécanique ondulatoire admise par la plupart des autres physiciens. C'est seulement à partir de 1951 que je me suis à nouveau demandé si, au fond, ma première orientation n'était pas la bonne.

4. **La formule du guidage.** — Dans mon mémoire de 1927, j'avais développé un raisonnement qui m'avait conduit à la conclusion suivante : si, suivant les conceptions de la théorie de la double solution, l'onde u présente une région singulière extrêmement petite où son amplitude prend des valeurs très élevées et si elle possède dans l'image hydrodynamique les mêmes lignes de courant que la solution Ψ qui lui est couplée, alors la région singulière doit se déplacer en suivant l'une des lignes de courant communes à u et Ψ. A l'époque où j'écrivais, on ne connaissait encore que deux formes de l'équation des ondes de la Mécanique ondulatoire, l'équation non relativiste de Schrödinger et l'équation relativiste dite de Klein-Gordon, qui envisagent toutes deux une fonction d'onde définie à l'aide d'une seule composante invariante.

En raisonnant sur l'équation non relativiste de Schrödinger, j'avais à envisager deux solutions couplées, la solution $\Psi = a\,e^{\frac{2\pi i}{h}\varphi}$ où a et φ sont des fonctions réelles et continues et la solution $u = f\,e^{\frac{2\pi i}{h}\varphi}$ où φ est la même fonction que dans Ψ et où l'amplitude f possède des valeurs très élevées dans une région singulière. La formule qui, dans ma théorie, donnait la vitesse, en chaque point de sa trajectoire, du corpuscule identifié à cette région singulière avait la forme simple suivante :

$$\boldsymbol{v} = -\frac{1}{m}\,\overrightarrow{\text{grad}}\;\varphi \tag{3}$$

m étant la masse du corpuscule, et si la propagation de l'onde s'effectuait à l'approximation de l'optique géométrique, on pouvait en identifiant φ avec la fonction S de Jacobi retomber sur une formule bien connue dans la théorie d'Hamilton Jacobi de la Mécanique analytique classique.

La formule que je viens d'écrire et qu'on peut nommer la « formule du guidage » m'avait permis de montrer que le corpuscule se trouvait ainsi obéir à une dynamique où intervenait, à côté de forces du type classique, une force quantique dérivant d'un « potentien quantique » et traduisant la réaction sur le corpuscule du phénomène ondulatoire étendu auquel il se trouvait *incorporé* en tant que région singulière. Pour cette raison, le corpuscule ne doit pas être soumis uniquement aux seules forces du type classique qui s'exercent sur lui le long de sa trajectoire, ans subir par leur action aucune répercussion de la présence d'obstacles qui pourraient se trouver au loin, en dehors de la trajectoire ; dans ma conception, le mouvement du corpuscule incorporé à l'onde u devait subir en outre, par l'intermédiaire du potentiel quantique, l'influence de tous les obstacles susceptibles d'entraver la libre propagation du phénomène ondulatoire étendu dont il était solidaire et, naturellement, j'apercevais dans cette circonstance une explication possible des phénomènes d'interférence et de diffraction.

J'avais pu, dès 1927, trouver la forme de la « formule du guidage » dans le cas où l'on part de l'équation d'onde de Klein-Gordon : je n'indique pas ici cette forme qui est un peu plus compliquée que celle donnée plus haut. Mais, depuis, l'introduction du spin en Mécanique ondulatoire a fait apparaître d'autres formes des équations d'ondes où figure une fonction d'onde à plusieurs composantes. Celles de ces équations qui sont les plus anciennement connues et les plus fondamentales sont celles qui s'appliquent aux corpuscules de spin $\frac{h}{4\pi}$ comme les électrons : ce sont les célèbres équations de Dirac. Pour les particules à spin plus élevé, c'est à-dire dont le spin est un multiple entier de $\frac{h}{4\pi}$, d'autres équations d'ondes, dont la forme été bien étudiée, doivent être employées.

Pour établir la forme de la formule du guidage dans ces cas plus généraux, on peut employer une méthode qui d'ailleurs est déjà applicable aux équations de Schrödinger et de Klein-Gordon. On part de la remarque que, dans tous les cas, on peut associer à la propagation de l'onde un écoulement hydrodynamique conservatif (1) défini par une densité ρ et un vecteur « densité de flux » $\rho\boldsymbol{v}$ qui sont donnés par des expressions bilinéaires de la fonction d'onde et de la fonction conjuguée et qui obéissent à la relation

$$\frac{\partial\rho}{\partial t} + \text{div}\,(\rho\boldsymbol{v}) = 0.$$

En divisant $\rho\boldsymbol{v}$ par ρ, on obtient l'expression de la vitesse $\boldsymbol{v}$ et c'est cette vitesse qui est considérée comme la vitesse avec laquelle le corpuscule décrit la « ligne de courant » constituant sa trajectoire : on obtient ainsi la formule du guidage. Ainsi dans le cas simple de l'équation de Schrödinger où la fonction d'onde unique Ψ peut s'écrire $\Psi = a\,e^{\frac{2\pi i}{h}\varphi}$ avec a et φ réels on a :

$$\rho = |\Psi|^2 = a^2 \qquad \rho\boldsymbol{v} = -\frac{1}{m}\,a^2\,\overrightarrow{\text{grad}}\;\varphi \tag{4}$$

et l'on retrouve immédiatement comme expression de la vitesse $\boldsymbol{v}$ la formule de guidage précédemment indiquée.

La même méthode, qui fournit également la formule

(1) Introduit primitivement par Madelung dès 1926.

du guidage dans le cas de l'équation de Klein-Gordon, est applicable aux équations de Dirac et fournit une formule du guidage parfaitement définie. Pour les particules de spin supérieur à $\frac{h}{4\pi}$, la méthode est encore applicable, mais elle peut soulever quelques difficultés car il peut arriver que la densité ρ ne soit pas définie positive : je n'insisterai pas sur ces difficultés dont la véritable signification n'est pas bien connue à l'heure actuelle.

5. **La probabilité de présence et sa justification en théorie de la double solution.** — La grandeur ρ désignant la densité dont nous venons de parler, on admet en Mécanique ondulatoire (du moins dans tous les cas où ρ est définie positive) que la probabilité de déceler par une observation la présence du corpuscule dans un élément de volume $d\tau$ est égale à $\rho\, d\tau$. Dans le cas de l'équation de Schrödinger, cette probabilité est donc $|\Psi|^2\, d\tau = a^2\, d\tau$. Dans la théorie de la double solution où le mouvement du corpuscule localisé est bien déterminé, il faut pouvoir justifier cette affirmation qui est certainement exacte.

Le fluide fictif dont l'écoulement est associé à la propagation de l'onde en Mécanique ondulatoire étant conservatif, on a l'équation de continuité :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \operatorname{div}\,(\rho \boldsymbol{v}) = 0. \qquad (5)$$

Dans la théorie de la double solution où la vitesse du corpuscule est définie par la formule du guidage comme il a été expliqué plus haut, le corpuscule bien localisé dans l'espace suit l'une des lignes de courant de l'écoulement hydrodynamique. Si l'on réfléchit à cette circonstance, on est assez naturellement amené, comme je l'avais fait autrefois, à en déduire l'affirmation suivante : quand on ignore laquelle des trajectoires définies par la formule du guidage est effectivement suivie par le corpuscule (et cette ignorance paraît d'ailleurs imposée, en raison de l'existence du quantum d'action, par la nature même des observations que nous pouvons faire), la probabilité de présence du corpuscule dans un élément $d\tau$ de l'espace physique doit être considérée comme proportionnelle à $\rho\, d\tau$.

Cependant si naturelle que paraisse cette conclusion, elle ne s'impose pas d'une façon rigoureuse et je vais expliquer pourquoi. Considérons à un instant donné un petit élément $d\tau$ du fluide fictif qu'on peut considérer comme contenant $\rho\, d\tau$ molécules de ce fluide : au cours du temps cet élément de volume balaie l'intérieur d'un petit « tube de courant » infiniment délié, formé par l'ensemble des lignes de courant de ces molécules fictives. L'équation de continuité peut alors s'interpréter en disant : tout le long du tube de courant, le produit $\rho\, d\tau$ garde une valeur constante bien que ρ et $d\tau$ puissent varier séparément. Mais, comme nous n'avons aucune raison d'admettre *a priori* qu'un même tube de courant remplit tout l'espace physique, la constance de la quantité $\rho\, d\tau$ le long d'une ligne de courant ne nous permet pas d'en conclure rigoureusement que $\rho\, d\tau$ est la probabilité de présence du corpuscule dans l'élément $d\tau$ quand nous ignorons la ligne de courant qu'il parcourt.

La difficulté que l'on rencontre ici est tout à fait analogue (sans être entièrement identique) à celle que l'on rencontrait en Mécanique statistique classique quand on représentait toutes les évolutions possibles d'un système mécanique par le mouvement d'un nuage de points représentatifs dans l'extension-en-phase correspondante. On était ainsi conduit à considérer un fluide fictif dans l'extension-en-phase et, si l'on considère un élément $d\tau$ de l'extension-en-phase qui contient $\rho\, d\tau$ points représentatifs et qui balaie au cours du temps un tube infiniment délié de trajectoires de ces points, non seulement, comme le fluide fictif se conserve, $\rho\, d\tau$ est constant le long d'un tube de trajectoire, mais le théorème bien connu de Liouville nous apprend que le volume de $d\tau$ se conserve aussi, bien que sa forme varie en général. Ainsi ici ρ et $d\tau$ se conservent indépendamment et c'est là la différence avec le cas que nous avions été amenés à considérer plus haut.

Les premiers promoteurs de la Mécanique statistique avaient cru pouvoir en déduire que la probabilité pour que le point représentatif d'un système se trouve contenu dans un élément $d\tau$ de son extension-en-phase est proportionnelle au volume de $d\tau$. Mais cette conclusion se heurte à la même difficulté que nous avons rencontrée ci-dessus quand nous avons essayé de justifier, dans la théorie de la double solution, la signification probabiliste de la grandeur $\rho\, d\tau$ de la Mécanique ondulatoire. Pour lever cette objection en Mécanique statistique, on y a introduit l'hypothèse dite ergodique suivant laquelle tout se passerait comme si un même tube de trajectoire en se repliant indéfiniment sur lui-même remplissait finalement toute l'extension-en-phase de sorte qu'alors la conservation de $d\tau$ le long de ce tube justifierait entièrement la signification statistique attribuée à $d\tau$.

On peut d'ailleurs envisager l'hypothèse ergodique d'une manière un peu différente qui se rapproche de l'hypothèse du « Chaos moléculaire » de Boltzmann. Si l'évolution mécanique du système se poursuivait régulièrement sans perturbations, il ne serait pas justifié d'une façon générale d'admettre qu'un même tube de trajectoires non perturbées remplisse tout l'espace des phases. Mais on peut supposer que le mouvement du système soit soumis à de constantes perturbations aléatoires qu'on peut interpréter comme provenant des perturbations extérieures ou comme traduisant le « chaos moléculaire » dû aux incessantes collisions des molécules. Alors le point représentatif du système, et par suite l'élément $d\tau$ qui lui est lié, passera continuellement d'un tube de trajectoires non perturbées à un tube voisin avec conservation du $d\tau$: on pourra alors considérer le même élément comme parcourant successivement tous les tronçons de trajectoires non perturbées et balayant ainsi l'ensemble de l'extension en phase, ce qui justifiera l'hypothèse qui est à la base de la Mécanique statistique.

Revenons maintenant à la justification dans la théorie de la double solution du rôle de probabilité de présence joué en Mécanique ondulatoire par la densité ρ (c'est-à-dire dans le cas de l'équation de Schrödinger par $|\Psi|^2$). Ici c'est le produit $\rho\, d\tau$ qui se conserve le long des tubes de lignes de courant ou, ce qui revient au même si l'on admet la formule du guidage, le long des tubes de trajectoires. Pour qu'on puisse en déduire que $\rho\, d\tau$ est la probabilité de présence du cor-

puscule, il faudrait qu'un même tube de trajectoires s'enroule indéfiniment dans la portion de l'espace physique accessible au corpuscule de manière à la remplir entièrement : or une telle hypothèse ne paraît pas exacte. Dans un important mémoire [3], MM. Bohm et Vigier ont présenté une justification de l'interprétation statistique de ρ en introduisant une hypothèse de continuelles perturbations aléatoires analogue à celle que nous avons envisagée plus haut en Mécanique statistique. D'après eux, le corpuscule serait soumis à de perpétuelles perturbations aléatoires provenant soit d'actions extérieures, soit plutôt, dans leur pensée, d'interactions entre le corpuscule et un milieu sous-jacent et caché (nous reviendrons plus loin sur cette idée). Si l'on admet que ces perturbations aléatoires sont représentables par l'apparition momentanée dans l'équation des ondes de petits potentiels perturbateurs, l'équation de continuité restera valable pendant les périodes de perturbations et la grandeur $\rho \, d\tau$ restera constante le long d'un tube de courant, même dans ses portions perturbées. Alors un même élément $d\tau$ passera constamment d'un tube de courant non perturbé au tube voisin avec conservation de $\rho \, d\tau$. On pourra donc finalement le considérer comme décrivant successivement tous les tronçons de tubes de courant non perturbés de façon à balayer, avec conservation de $\rho \, d\tau$, tout l'ensemble de la région de l'espace physique accessible au corpuscule et ceci permettra de considérer la densité ρ comme mesurant la probabilité locale du corpuscule.

Telle est la marche du raisonnement qui a été développé avec plus de détails par MM. Bohm et Vigier dans leur mémoire : ils ont, en particulier, évalué le temps (extrêmement court) au bout duquel on peut considérer la répartition en $|\Psi|^2$ de la probabilité de présence comme réalisée. Leur travail permet d'espérer que l'on pourra considérer la justification de la signification statistique du $|\Psi|^2$ comme établie avec à peu près autant de solidité que les bases de la Mécanique statistique, ce qui ne serait déjà pas si mal.

MM. Bohm et Vigier considèrent les perturbations aléatoires auxquelles ils supposent le corpuscule constamment soumis comme dues à l'action qu'exerce sur lui un niveau profond et caché que M. Bohm a le premier introduit sous le nom de « niveau subquantique ». L'idée que les particules observables au niveau quantique, microphysique, émergent en quelque sorte d'un niveau plus profond qui nous reste caché est très intéressante : elle est suggérée à l'heure actuelle par des faits nombreux et nous y reviendrons plus loin (1).

6. Mécanique ondulatoire des systèmes de corpuscules et la théorie de la double solution. — Depuis les travaux de M. Schrödinger de 1927, on admet en Mécanique ondulatoire que le mouvement d'un ensemble de corpuscule en interaction peut, à l'approximation non relativiste, être représenté par la propagation d'une onde dans l'espace de configuration du système constitué avec l'ensemble des coordonnées des N corpuscules du système. La quantité $|\Psi|^2$, carré de l'amplitude de l'onde Ψ dans l'espace de configuration, multipliée par un élément de volume $d\tau = dx_1 \ldots dz_N$ de cet espace, donne la probabilité de présence du point représentatif du système dans l'élément, c'est-à-dire la probabilité de présence *simultanée* du corpuscule numéroté 1 dans l'élément de volume $d\tau_1 = dx_1 \, dy_1 \, dz_1$ de l'espace physique, du corpuscule numéroté 2 dans l'élément de volume $d\tau_2 = dx_2 \, dy_2 \, dz_2$ de l'espace physique etc... Le succès remporté par cette méthode de calcul dans des domaines très divers, et notamment dans les innombrables applications qui en sont faites actuellement en Chimie quantique, ne permet pas de douter que les résultats fournis par cette méthode dans son domaine de validité soient exacts,

Néanmoins, malgré ses succès, cette Mécanique ondulatoire des systèmes de corpuscules dans l'espace de configuration présente un caractère véritablement paradoxal. D'abord, rentrant dans le cadre général d'une théorie qui nie la localisation permanente des corpuscules dans l'espace physique, elle envisage cependant l'espace abstrait formé par la réunion des coordonnées des divers corpuscules du système. Or quelle idée intelligible peut-on se faire des coordonnées d'un corpuscule qui n'est pas localisé dans l'espace physique ? D'autre part, il apparaît comme peu admissible que le mouvement d'un système de corpuscules ne puisse être décrit que dans le cadre, visiblement abstrait et fictif, de l'espace de configuration et en puisse pas être représenté dans l'espace physique réel à trois dimensions. Ces difficultés ne se présentaient pas en Mécanique classique : on s'y servait fréquemment de l'espace de configuration comme d'un moyen commode pour étudier l'évolution d'un système de points matériels en interaction, mais ce n'était là qu'un procédé de calcul et l'on ne mettait pas en doute que le mouvement des points matériels s'effectuait en réalité dans l'espace physique. Au contraire, en Mécanique ondulatoire des systèmes, l'emploi *obligatoire* de la représentation dans l'espace de configuration a quelque chose de bien étrange.

Nous devons maintenant examiner comment la question se présente du point de vue de la théorie de la double solution qui doit évidemment revenir à la représentation des systèmes dans l'espace physique, mais qui doit aussi expliquer le succès de la méthode de calcul de Schrödinger dans l'espace de configuration.

En théorie de la double solution, chaque corpuscule d'un système constitue une très petite région singulière au sein d'une onde en propagation dans l'espace physique, région qui décrit dans son mouvement l'une des lignes de courant de l'onde. La propagation de l'onde individuelle de chacun des corpuscules est constamment influencée par l'interaction, traduite par la présence de potentiels d'interaction dans l'équation d'ondes, de tous les autres corpuscules en mouvement. L'ensemble des trajectoires ainsi « corrélées » des corpuscules du système peut évidemment être représenté par la trajectoire d'un point représentatif dans l'espace de configuration : on est alors naturellement amené à admettre que cette dernière trajectoire coïncide avec l'une des lignes de courant de la propagation de l'onde Ψ fictive de Schrödinger dans l'espace de configuration. Mais, en y réfléchissant, on s'aperçoit que, du point de vue de la double solution, la représentation du mouvement du système par l'onde Ψ de Schrö-

(1) Notons que si l'on tient compte des perturbations Bohm-Vigier, le mouvement des corpuscules est finalement une sorte de mouvement brownien superposé au mouvement d'ensemble défini par la formule du guidage.

dinger dans l'espace de configuration est une représentation « appauvrie » : en effet, si elle peut représenter exactement par l'ensemble des lignes de courant d'une onde Ψ tout un ensemble de mouvement des corpuscules du système dans l'espace physique, elle ne représente aucunement les diverses propagations d'ondes qui leur sont associées dans cet espace physique.

La théorie de la double solution trouve donc devant elle la tâche difficile d'analyser exactement les relations qui peuvent exister entre d'une part les mouvements corpusculaires et les propagations d'ondes associées qui se trouvent corrélés dans l'espace physique et d'autre part la représentation des mouvements corrélés par l'onde Ψ dans l'espace de configuration. J'avais fait dès mon mémoire de 1927 un premier effort dans ce sens [2] et je l'ai repris en 1952-1953 quand je suis revenu aux conceptions de la double solution [1, *a*], mais toutes ces tentatives étaient insuffisantes. Cependant le problème est d'une grande importance pour la théorie de la double solution car, pour pouvoir admettre l'image qu'elle propose (*N* propagations d'ondes dans l'espace physique portant chacune une région singulière), il est absolument indispensable que cette image permette d'expliquer le succès de la Mécanique ondulatoire de Schrödinger dans l'espace de configuration. Une des principales objections qui ont été faites dans ces derniers temps aux tentatives tendant au rétablissement de la localisation des corpuscules dans l'espace physique est fondée sur l'obligation d'employer l'espace de configuration pour représenter le mouvement d'un ensemble de corpuscules en Mécanique ondulatoire. Une étude plus approfondie du problème s'imposait donc : je l'ai poursuivie depuis environ 4 ans avec l'aide très efficace de M. Joaõ Andrade e Silva [4]. Je vais exposer les principaux résultats auxquels nous sommes parvenus en me bornant au cas simple d'un système comprenant seulement deux corpuscules, la généralisation au cas d'un système de plus de deux corpuscules pouvant se faire, la plupart du temps, sans grande difficulté.

Il convient d'abord de faire une remarque très importante. Quand dans la théorie de la double solution, on considère un mouvement d'un système de deux corpuscules, il existe dans l'espace physique deux trajectoires corrélées T_1 et T_2, qui sont les lignes de courant de deux propagations d'ondes corrélées O_1 et O_2. Si l'on considère ensuite une autre mouvement du système où les deux corpuscules décrivent deux autres trajectoires corrélées T'_1 et T'_2, ces deux trajectoires seront lignes de courant de deux propagations d'ondes *différentes* de O_1 et O_2 ; ceci résulte du fait que la propagation de chaque onde individuelle est influencée par le mouvement du corpuscule lié à l'autre onde. Il y a là une différence essentielle entre le cas d'un corpuscule en mouvement dans un champ extérieur donné et celui de deux corpuscules en interaction : dans le premier cas toutes les lignes de courant d'une *même* propagation d'ondes dans l'espace physique sont des trajectoires possibles du corpuscule tandis que dans le second cas, sur chaque couple de propagations d'ondes corrélées O_1 et O_2 dans l'espace physique, il y a un *seul* couple de lignes de courant corrélées qui sont des trajectoires possibles.

Cherchons maintenant à établir une correspondance satisfaisante entre notre image du système dans l'espace physique et la représentation de la Mécanique ondulatoire dans l'espace de configuration. Si nous désignons par $\boldsymbol{r}$, $\boldsymbol{r}_1$ et $\boldsymbol{r}_2$ les rayons vecteurs qui repèrent respectivement dans l'espace physique la position d'un point courant de cet espace et celles de chacun des deux corpuscules, les ondes associées aux deux corpuscules peuvent être représentées par les formules :

$$\Psi_1(\boldsymbol{r}, \boldsymbol{r}_2, t) = a_1(\boldsymbol{r}, \boldsymbol{r}_2, t)\, e^{\frac{2\pi i}{h}\varphi_1(\mathbf{r},\mathbf{r}_2,t)} ; \tag{6}$$

$$\Psi_2(\boldsymbol{r}, \boldsymbol{r}_1, t) = a_2(\boldsymbol{r}, \boldsymbol{r}_1, t)\, e^{\frac{2\pi i}{h}\varphi_2(\mathbf{r},\mathbf{r}_1,t)} .$$

L'application de la formule du guidage nous donne alors :

$$\boldsymbol{v}_1 = -\frac{1}{m_1}\left[\overrightarrow{\text{grad}}\ \varphi_1\right]_{\mathbf{r}=\mathbf{r}_1} \quad \boldsymbol{v}_2 = -\frac{1}{m_2}\left[\overrightarrow{\text{grad}}\ \varphi_2\right]_{\mathbf{r}=\mathbf{r}_2}. \tag{7}$$

Le couple des trajectoires corrélées T_1 et T_2 des deux corpuscules est représenté dans l'espace de configuration à six dimensions correspondant au système par la trajectoire unique T du point figuratif qui est une ligne de courant de la fonction d'onde de Schrödinger

$$\Psi(\boldsymbol{r}_1, \boldsymbol{r}_2, t) = a(\boldsymbol{r}_1, \boldsymbol{r}_2, t)\, e^{\frac{2\pi i}{h}\varphi(\mathbf{r}_1,\mathbf{r}_2,t)} . \tag{8}$$

Il est naturel, comme on s'en rend compte aisément, d'appliquer la formule du guidage dans l'espace de configuration sous la forme

$$\boldsymbol{v}_i = -\frac{1}{m_i}\overrightarrow{\text{grad}_i}\ \varphi \qquad (i = 1, 2) \tag{9}$$

où grad φ est le vecteur dont les composantes sont $\frac{\partial\varphi}{\partial x_i}, \frac{\partial\varphi}{\partial y_i}, \frac{\partial\varphi}{\partial z_i}$.

La comparaison des formules (7) et (8) suggère d'établir entre les phases φ, φ_1 et φ_2 les relations :

$$\overrightarrow{\text{grad}}_1\ \varphi = \left[\overrightarrow{\text{grad}}_1\ \varphi\right]_{\mathbf{r}=\mathbf{r}_1} \quad \overrightarrow{\text{grad}}_2\ \varphi = \left[\overrightarrow{\text{grad}}\ \varphi_2\right]_{\mathbf{r}=\mathbf{r}_2} \tag{10}$$

qui permettent, connaissant les valeurs de φ_1 et φ_2 sur les trajectoires corrélées T_1 et T_2 de l'espace physique, de calculer les valeurs de la phase φ sur la trajectoire T de l'espace de configuration.

Ce résultat obtenu, la comparaison entre les deux équations de continuité individuelles dans l'espace physique et l'équation de continuité dans l'espace de configuration montre que si $a_1(\boldsymbol{r}, \boldsymbol{r}_2, t)$ et $a_2(\boldsymbol{r}_1, \boldsymbol{r}, t)$ sont les amplitudes de Ψ_1 et Ψ_2, on doit poser pour l'amplitude de l'onde dans l'espace de configuration

$$a(\boldsymbol{r}_1, \boldsymbol{r}_2, t) = a_1(\boldsymbol{r}_1, \boldsymbol{r}_2, t) \cdot a_2(\boldsymbol{r}_1, \boldsymbol{r}_2, t). \tag{11}$$

On peut en donner une démonstration analytique détaillée, mais on peut le voir plus rapidement de la façon suivante. Soient $d\tau_1$ et $d\tau_2$ deux éléments de volume infiniment petits qui sont entraînés suivant la formule du guidage le long des trajectoires T_1 et T_2 : les équations de continuité individuelles dans l'espace physique entraînent que les grandeurs $a_1^2\, d\tau_1$ et $a_2^2\, d\tau_2$ se conservant le long de T_1 et T_2. Mais aux éléments de volume corrélés $d\tau_1$ et $d\tau_2$, correspond un élément de volume $d\tau = d\tau_1 . d\tau_2$ de l'espace de configuration

qui y décrit suivant la formule du guidage la trajectoire T et l'équation de continuité de l'onde Ψ montre que la grandeur $a^2\,d\tau$ se conserve le long de T. On voit alors immédiatement qu'en adoptant pour a la valeur (11), la conservation de $a^2\,d\tau$ le long de T résulte des conservations de $a_1^2\,d\tau_1$ et de $a_2^2\,d\tau_2$ le long de T_1 et de T_2.

Finalement les formules (10) et (11) nous permettent, quand nous connaissons les valeurs des fonctions Ψ_1 et Ψ_2 sur les trajectoires corrélées T_1 et T_2, de calculer les valeurs de la fonction Ψ le long de la trajectoire T correspondante. Nous pouvons alors nous représenter le passage de la représentation dans l'espace physique à la représentation dans l'espace de configuration comme il suit. Si, dans l'espace physique, nous partons de deux ondes corrélées O_1 et O_2 portant deux trajectoires corrélées T_1 et T_2 et si nous faisons varier d'une façon continue les conditions initiales, nous aurons à envisager une infinité d'ondes corrélées O_1 et O_2 correspondant à des trajectoires corrélées T_1 et T_2. Le passage de l'espace physique à l'espace de configuration consistera à « prélever » sur chaque paire d'ondes corrélées les deux trajectoires corrélées correspondantes avec les valeurs de a_1, a_2, φ_1 et φ_2 qu'elles portent (1) et à constituer par la réunion de ces trajectoires les trajectoires-lignes de courant de l'espace de configuration avec les valeurs de Ψ qui leur correspondent d'après (10) et (11). On voit bien que l'on obtiendra ainsi une image « appauvrie » de ce qui se passe dans l'espace physique puisque, pour chaque couple de propagations corrélées O_1 et O_2, nous ne conservons dans l'espace de configuration que ce qui concerne les trajectoires corrélées T_1 et T_2 en nous désintéressant de tout le reste des ondes O_1 et O_2.

L'onde Ψ ainsi obtenue à partir des ondes individuelles Ψ_1 et Ψ_2 par les formules (10) et (11) doit obéir à l'équation bien connue de Schrödinger dans l'espace de configuration. Or on peut voir que, pour qu'il en soit ainsi, il faut que les équations d'ondes individuelles des deux corpuscules dans l'espace physique contiennent, à côté des termes de « potentiels quantiques » individuels, des termes de « potentiels quantiques mutuels ». Ceci est assez naturel. Puisque chaque corpuscule subit une réaction de sa propre onde exprimée par son potentiel quantique individuel, on comprend qu'il puisse aussi subir des réactions de la part des ondes des corpuscules avec lesquels il est en interaction et ce sont ces réactions qui seraient exprimées par les potentiels quantiques mutuels. La forme de ces potentiels quantiques mutuels est facile à trouver dans le cas d'un système de deux corpuscules. Dans le cas de plus de deux corpuscules, la question est plus difficile, mais M. Andrade e Silva est parvenu à la résoudre en donnant d'une façon univoque la forme des potentiels quantiques mutuels dans le cas général [4, *b*].

Nous rencontrons maintenant pour les systèmes de corpuscules une difficulté qui s'était déjà présentée pour nous dans le cas d'un seul corpuscule. Le fait que la grandeur $a^2\,d\tau$ garde une valeur constante le long d'une ligne de courant dans l'espace de configuration ne suffit pas pour nous autoriser à affirmer que $a^2\,d\tau$ mesure la probabilité de présence du point figuratif du système dans l'élément $d\tau$. Il faudrait pour cela qu'un même tube de courant, en se repliant indéfiniment sur lui-même, remplisse totalement la portion accessible de l'espace de configuration. Il est tout naturel de chercher ici encore à introduire une hypothèse de perturbations aléatoires du type Bohm-Vigier de façon que le point représentatif du système sautant constamment d'une trajectoire non perturbée à une autre dans l'espace de configuration se trouve très rapidement parcourir tous les tronçons de trajectoires non perturbées. Mais ici se présente une complication par rapport à ce que nous avons vu au paragraphe 5. On doit évidemment se représenter les perturbations aléatoires Bohm-Vigier comme agissant sur les corpuscules dans l'espace physique et les introduire sous forme de potentiels perturbateurs dans les équations d'ondes individuelles. Dans le cas d'un seul corpuscule dans un champ donné, on pouvait considérer toutes les lignes de courant d'une même onde comme étant des trajectoires non perturbées possibles et raisonner sur les brusques passages aléatoires d'une de ces trajectoires à une autre : dans le cas d'un système en interaction, toute perturbation du mouvement de l'un des corpuscules réagit immédiatement sur le mouvement des autres et les couples de trajectoires corrélées sont des lignes de courant de propagation d'ondes *différentes*. Ceci exige que l'on reprenne sur des bases nouvelles et plus compliquées le raisonnement de MM. Bohm et Vigier. C'est ce qu'a fait récemment M. Andrade e Silva [4, *c*] qui paraît être ainsi parvenu à une justification satisfaisante de la signification statistique de la grandeur $a^2 = |\Psi|^2$ dans l'espace de configuration.

Les considérations qui précèdent, bien que demandant encore à être précisées et complétées, paraissent conduire à pouvoir concilier l'exactitude des prévisions statistiques de la Mécanique ondulatoire dans l'espace de configuration avec la localisation des corpuscules dans l'espace physique. Ainsi se trouverait levée l'une des plus importantes objections que l'on pouvait faire au rétablissement de cette localisation. Peut-être pourrait-on aller plus loin encore dans cette voie et arriver à expliquer pourquoi, pour les systèmes de corpuscules identiques, l'on doit se limiter aux fonctions d'onde Ψ symétriques ou antisymétriques. Peut-être même, après introduction du spin, pourrait-on décrire ainsi l'origine physique du principe d'exclusion de Pauli pour les fermions, origine qui, à l'heure actuelle, est entièrement inconnue. Mais tous ces problèmes ne sont pas encore résolus.

7. Les idées d'Einstein sur les champs et les corpuscules et l'introduction de la non-linéarité dans la théorie de la double solution. — Mes premières tentatives d'interprétation de la Mécanique ondulatoire par la théorie de la double solution en 1926-1927 m'avaient été probablement, plus ou moins consciemment, suggérées par les conceptions auxquelles Einstein était parvenu à la suite de ses travaux sur la Relativité généralisée. Il avait été amené à admettre que le monde physique doit être entièrement décrit à l'aide de champs (ou peut-être d'un champ unique) bien défini en tout point de l'espace-temps et obéissant à des équations de propagation bien déterminées et probablement non-linéaires. L'idée essentielle d'Einstein

(1) Ainsi que la valeur de certaines des dérivées de a_1, a_2, φ_1, φ_2.

était donc que la totalité de la réalité physique (y compris les corpuscules) devait pouvoir être décrite par des solutions appropriées des équations du champ. Dans la théorie idéale qu'il rêvait, il n'y avait pas de place dans les équations pour des termes représentant des sources indépendantes du champ (comme les termes en ρ et $\rho \boldsymbol{v}$ dans les seconds membres des équations de Lorentz). La raison en est que si l'on n'exclut pas formellement les termes de sources, les équations différentielles du champ, même en se donnant les conditions initiales et les conditions aux limites, ne suffisent pas à déterminer le champ total. « Une théorie cohérente du champ exige, écrivait-il, que tous les éléments qui y figurent soient continus non seulement dans le temps, mais aussi dans l'espace et en tous les points de l'espace. De là vient que la particule n'a pas de place comme concept fondamental dans une théorie du champ. »

Cette attitude d'Einstein ne signifiait nullement qu'il niait l'existence des corpuscules : il considérait, au contraire, cette existence comme un fait incontestable. Mais il pensait que le corpuscule n'est pas un élément qui se surajoute au champ pour ainsi dire de l'extérieur et qu'il doit bien plutôt appartenir à la structure même du champ et en constituer une sorte d'anomalie locale. Pour lui, les champs existant dans la nature (qu'ils fussent gravifiques, électromagnétiques ou autres), champs qui peut-être ne sont que divers aspects d'un champ fondamental unique, devaient toujours comporter de très petites régions où leur valeur deviendrait extrêmement grande et qui répondraient à la notion usuelle de corpuscules. On a donné à ce type de champs le nom expressif de « champs à bosse » (bunched fields).

Le désir d'Einstein d'incorporer le corpuscule dans le champ devait bientôt le conduire à obtenir un très important résultat. Dans la théorie de la Relativité générale, on admet, en plus des équations du champ $R_{ik} - \frac{1}{2} g_{ik} R = T_{ik}$ où le tenseur T joue le rôle de source du champ gravifique, un postulat supplémentaire qui en est indépendant : le mouvement d'un point matériel dans l'espace-temps rendu courbe par la présence du reste de la matière doit s'effectuer suivant une géodésique de l'espace-temps. Toujours guidé par l'idée que toute l'évolution du monde matériel doit être entièrement déterminée par les seules équations du champ, Einstein a cherché à démontrer à partir des seules équations ([1]) $R_{ik} - \frac{1}{2} g_{ik} R = 0$ que, s'il existe une région extrêmement petite où le champ prend des valeurs extrêmement élevées (autour d'une singularité ponctuelle du champ extérieur), le mouvement dans l'espace au cours du temps de cette petite région est nécessairement représenté par une ligne d'Univers qui est une géodésique du champ extérieur. Il a pu donner une démonstration de cet important théorème en 1927 dans un mémoire écrit en collaboration avec M. Grommer : une démonstration analogue avait d'ailleurs été donnée dès l'année précédente par M. Georges Darmois. Depuis un grand nombre d'auteurs ont repris cette démonstration sous des formes différentes et, dans une thèse récente, M. Pham Tan Hoang l'a présentée sous une forme particulièrement satisfaisante. On trouvera l'exposé du problème avec la bibliographie dans un récent ouvrage de Mme Tonnelat [5]. Ainsi les seules équations du champ gravifique imposent au corpuscule conçu comme une région singulière (bosse) du champ une sorte de « guidage » par le champ environnant et il est essentiel de remarquer que ce résultat ne peut être obtenu, nous y reviendrons plus loin, qu'en raison du caractère non-linéaire des équations du champ.

Transposées en Mécanique ondulatoire, les conceptions générales d'Einstein sur l'incorporation du corpuscule au champ conduisent naturellement à l'onde u de la théorie de la double solution qui est un champ à bosse. Mais (et c'est ici que les conceptions d'Einstein apparaissent en un sens comme insuffisantes) ce champ doit être un champ *ondulatoire*, c'est-à-dire périodique, de façon à pouvoir retrouver dans le cas de l'onde monochromatique les relations fondamentales [2] où figure la constante de Planck et introduire ainsi les quanta. Et tout naturellement on est ainsi conduit à penser que le champ ondulatoire u obéit à une équation non-linéaire et que le guidage de la bosse, c'est-à-dire du corpuscule, résulte de cette non-linéarité.

Il est facile de se rendre compte que la non-linéarité qui s'introduit ainsi dans la propagation de l'onde u doit être très *localisée*, c'est-à-dire qu'elle ne doit intervenir d'une façon importante que dans la très petite région qui constitue le corpuscule au sens étroit du mot. C'est seulement dans cette très petite région, en général mobile, que, l'onde u y prenant de très grandes valeurs, les termes non-linéaires de l'équation d'ondes ont une influence sensible. En dehors de cette région, ces termes doivent être négligeables et l'équation d'ondes de u doit se réduire sensiblement à l'équation linéaire de l'onde Ψ. Pourquoi doit-il en être ainsi ? Parce que nous savons que l'onde Ψ permet de prévoir des phénomènes physiques observables tels que les effets d'interférences et de diffraction ou, par un calcul de valeurs propres, les énergies des états stationnaires d'un atome. Cette circonstance me paraît rendre indispensable d'admettre que l'équation des ondes u doit *presque partout* coïncider avec l'équation linéaire des ondes Ψ : ce n'est que dans les très petites régions singulières où les valeurs de u sont très élevées (et peut-être sur les bords abrupts de trains d'ondes où les dérivées u peuvent être très grandes) que la non-linéarité peut se manifester. La non-linéarité très localisée que nous introduisons ainsi dans la propagation des ondes paraît donc très différente de la non-linéarité non localisée introduite par M. Heisenberg et d'autres auteurs qui ne traduit pas une localisation des corpuscules.

Einstein a beaucoup insisté sur une propriété importante des équations non-linéaires. Si les équations d'un certain champ sont linéaires, on peut toujours trouver une solution à singularité de cette équation telle que la singularité ait un mouvement prescrit à l'avance. On peut d'ailleurs ajouter à cette solution à singularité une solution continue quelconque et cette adjonction n'a aucune influence sur le mouvement de la singularité. On doit en conclure que le guidage d'une région singulière par un champ continu est impossible si les équations sont linéaires. Il n'en est plus du tout de même si les équations du champ ne sont plus linéaires car on n'obtient plus alors une solution en ajoutant

([1]) Débarrassée du second membre en T_{ik}.

plusieurs solutions : la non-linéarité crée une sorte de solidarité entre des solutions qui auraient été indépendantes si l'approximation linéaire avait été valable partout. Il apparaît donc que le guidage d'une région singulière par une onde continue, telle qu'elle est postulée par la théorie de la double solution, implique la présence de termes non-linéaires dans l'équation d'ondes. On peut se demander alors comment j'ai pu obtenir une justification du guidage en partant d'une équation d'onde linéaire. Si l'on examine les formes que j'ai données successivement à cette justification, on s'aperçoit de la chose suivante. J'ai considéré deux solutions, l'une régulière et l'autre singulière, de l'équation linéaire et j'ai admis qu'elles avaient même phase ou, ce qui est plus général, mêmes lignes de courant. Or, dans le cadre d'une théorie linéaire, un tel postulat est entièrement arbitraire puisqu'il n'y saurait exister aucun lien nécessaire entre deux solutions différentes. Au contraire, dans une théorie non-linéaire, les solutions ne sont plus indépendantes et l'on peut comprendre l'origine d'une condition de coïncidence des lignes de courant. Je pense donc que, dans mes raisonnements, l'existence d'une non-linéarité de l'équation des ondes se trouvait dissimulée derrière le postulat arbitrairement admis sur les lignes de courant et que seule une théorie non-linéaire pourrait permettre une démonstration rigoureuse de la formule du guidage.

La détermination de la forme des termes non-linéaires qu'il convient d'introduire dans les équations d'ondes usuelles pour obtenir les équations non-linéaires de l'onde u est une question difficile et à peine abordable aujourd'hui. De nombreuses tentatives ont été faites, en dehors de toute préoccupation de double solution et de localisation des corpuscules, pour introduire des termes non-linéaires dans les équations d'ondes de la Mécanique ondulatoire : je citerai celles de M. Rosen et de M. Heisenberg. En France, M. Gérard Petiau a fait, dans ces dernières années, de très importantes recherches sur ces types d'équations non-linéaires et leurs solutions : M. et Mme Destouches ont aussi fait dans ce domaine des études en liaison plus directe avec la théorie de la double solution [6]. Mais la question reste très ouverte et je ne veux pas m'étendre davantage sur ce sujet.

8. **La relation entre onde u et ondes Ψ.** — Ce qui précède va nous permettre de préciser la forme de l'onde u et sa relation avec l'onde statistique Ψ usuellement considérée.

Nous admetons que l'onde u obéit à une équation qui est non-linéaire dans la région singulière, mais qui se réduit sensiblement en dehors à l'équation linéaire de la Mécanique ondulatoire (suivant les cas, équation de Schrödinger, de Klein-Gordon, de Dirac, etc...). Dans le domaine linéaire extérieur à la région singulière, on peut trouver une solution u_0 qui a une valeur très faible dès qu'on s'éloigne de la région singulière, mais qui croît très rapidement au voisinage de cette région et qui comporterait une singularité mathématique dans cette région si l'équation linéaire y restait valable (1). On doit pouvoir trouver aussi une solution continue v, ayant mêmes lignes de courant, du type usuel en Mécanique ondulatoire. Par superposition on aura à l'extérieur de la région singulière une solution de la forme :

$$u = u_0 + v. \qquad (12)$$

La solution (12) se prolongera dans la région singulière non-linéaire, mais la décomposition de u en u_0 et v n'y aura plus aucun sens et il est même possible, en conformité avec certaines vues d'Einstein, que la fonction u n'y présente aucune singularité mathématique. La non-linéarité régnant dans cette région aura pour effet de rendre solidaires à l'extérieur les deux ondes u_0 et v qui seraient indépendantes si la linéarité régnait partout. Ainsi s'expliquerait comment la région singulière, siège des grandes valeurs de u, pourrait sembler être guidée par l'onde v et suivre ses lignes de courant. Ce guidage, exprimé par la formule du guidage, aurait pour effet que l'onde u dans la région singulière reste toujours en phase avec l'onde v environnante. Nous retrouvons ici, en assimilant la région singulière au corpuscule, l'image qui m'avait orienté au début de mes recherches : la très petite région singulière constituant le corpuscule, siège d'un phénomène périodique que l'on peut assimiler à une horloge, se déplacerait au sein de l'onde v, dont elle est intimement solidaire, de façon à rester constamment en phase avec elle.

Et maintenant, nous allons être en état de comprendre la véritable relation qui existe entre l'onde v et l'onde Ψ et l'origine du caractère hybride, mi-subjectif, mi-objectif, que l'on attribue ordinairement à l'onde Ψ. Comme l'onde Ψ, représentation de probabilité, doit être construite d'après nos informations sur l'état du corpuscule, on peut la définir, si nos informations sont exactes, comme partout proportionnelle à l'onde v en posant $\Psi = Cv$. Comme l'onde u et par suite sa partie extérieur v sont supposées avoir une réalité objective, elles doivent avoir partout une valeur bien déterminée. Au contraire, nous sommes libres de « normer » l'onde Ψ comme nous le voulons, ce qui se fera par un choix convenable de la constante C. L'onde Ψ ainsi définie, étant proportionnelle à v, obéit à l'équation linéaire usuelle de la Mécanique ondulatoire, ce qui est satisfaisant. D'ailleurs l'onde Ψ ne saurait obéir à une équation non-linéaire car le principe de superposition est une condition nécessaire de la signification statistique attribuée à Ψ et implique la linéarité.

Le mystère du double caractère subjectif et objectif de l'onde Ψ se trouve ainsi dissipé. L'onde v étant objective peut déterminer des phénomènes physiques tels que les interférences, la diffraction, les valeurs quantifiées de l'énergie des systèmes atomiques ; l'onde Ψ, elle, est une pure représentation de probabilités à caractère subjectif. Mais, comme l'onde Ψ doit en principe être calquée sur l'onde v par la relation $\Psi = Cv$, on a pu avoir l'impression que c'était l'onde Ψ qui produisait les phénomènes physiques indiqués plus haut. Ceci explique le caractère hybride, très peu satisfaisant, que l'on a été amené à attribuer à l'onde Ψ dans l'exposé de la Mécanique ondulatoire. Il se peut même que l'interprétation proposée soit la seule susceptible de lever l'énigne de la double nature subjective et objective de l'onde Ψ.

(1) Les solutions du type u_0 ont été effectivement calculées dans divers cas particuliers.

J'ai expliqué ailleurs en détail (1) comment le caractère extrêmement localisé de la « bosse » greffée sur l'onde v semble permettre de retrouver sans modifications appréciables la prévision des phénomènes d'interférences et de diffraction et le calcul des valeurs propres des systèmes quantifiés. C'est pour retrouver ces résultats qu'il paraît bien nécessaire d'admettre l'extrême localisation des régions « non-linéaires » (2).

9. **La Mesure en Mécanique ondulatoire et les relations d'incertitude de Heisenberg.** — J'ai consacré assez récemment un petit volume à la théorie de la Mesure en Mécanique ondulatoire [1, *b*] telle qu'elle a été développée naguère par M. von Neumann pour en faire une critique et la comparer avec la théorie de la double solution. Je voudrais résumer rapidement les principales conclusions de cette étude.

Un premier point qui me paraît essentiel, c'est que la mesure de la position d'un corpuscule joue en Microphysique un rôle particulier : elle se réduit, en effet, à la *constatation* de la présence d'un corpuscule en une petite région de l'espace. Évidemment le corpuscule n'est pas directement observable, mais sa présence peut être décelée par l'observation d'un phénomène macroscopique localisé dont il provoque le déclenchement. L'analyse de l'observation des localisations corpusculaires dans les plaques photographiques, les chambres de Wilson, etc... montre bien qu'il en est toujours ainsi. L'appareil de mesure qui, dans certains cas, peut servir à mesurer le phénomène macroscopique déclenché (courant électrique par exemple) joue un rôle beaucoup moins important qu'on ne l'a dit.

Contrairement à ce qu'affirme la théorie trop abstraite connue en Mécanique quantique usuelle sous le nom de « théorie des représentations », la position d'un corpuscule joue donc un rôle tout à fait différent de celui des autres grandeurs mesurables : sa mesure résulte de la constatation directe d'une localisation tandis que la mesure des autres grandeurs, telles que les quantités de mouvement, exige, nous le verrons, l'intervention d'un dispositif particulier où l'observation d'une localisation corpusculaire permet, avec intervention d'un principe de conservation, d'évaluer la valeur de la grandeur mesurée (3). On est amené ainsi à attribuer (et c'est là le point de vue de la théorie de la double solution) un sens plus direct de la probabilité de présence $|\Psi|^2$ dans le cas de l'équation de Schrödinger) qu'aux autres probabilités définies par la théorie usuelle. La probabilité de présence correspond à un état de probabilité qui existe déjà *avant* la mesure tandis que les autres probabilités définies par la théorie usuelle, par exemple celles qui se rapportent aux composantes de la quantité de mouvement, correspondent à un état de probabilité qui n'existe qu'*après* l'action du dispositif de mesure. Pour mieux comprendre ce point essentiel, on se reportera à l'ouvrage cité plus haut (p. 71 et ss).

(1) Voir [1, *c*] p. 155 à 158 et [1, *b*], p. 63 à 70.

(2) Faisons encore une remarque importante. Lorsqu'un processus physique (correspondant par exemple à l'action d'un dispositif de mesure) dissocie l'onde u d'un corpuscule en plusieurs portions occupant des régions spatialement séparées et qu'une information nous apprend que le corpuscule est présent dans l'une de ces régions, nous devons poser $C = 0$ dans toutes les régions autres que celle-là de façon à y annuler la probabilité de présence du corpuscule. On peut ainsi interpréter la « réduction du paquet de probabilité » en respectant le caractère objectif de l'onde u.

(3) Ce point est très important : la symétrie complète que l'on admet généralement entre la représentation q et la représentation p me paraît inexacte parce que les composantes de Fourier d'une onde n'existent *isolément* qu'après qu'un processus physique les a isolées en rompant leurs relations de phase.

Déjà dans le cas simple où l'on constate la présence locale d'un corpuscule par exemple à l'aide d'une impression photographique observable, il me paraît impossible d'admettre que le corpuscule se localise au moment où se produit l'effet local observable : si le corpuscule produit un effet local observable, c'est qu'il était *déjà* lui-même localisé en cet endroit. Einstein l'avait montré très clairement dès le Conseil Sovay de 1927 par un raisonnement qui me paraît avoir gardé toute sa force (1). En analysant maintenant la mesure des grandeurs autres que la position, nous allons retrouver avec encore plus d'évidence la nécessité d'admettre une localisation permanente du corpuscule.

Plaçons-nous d'abord dans le cas où l'on veut mesurer une grandeur (autre que la position) d'un corpuscule sans faire intervenir un autre corpuscule. On devra alors employer un dispositif macroscopique dont l'effet sera finalement de séparer dans l'espace des trains d'ondes correspondant à une valeur donnée de la grandeur à mesurer. En localisant ensuite le corpuscule dans l'une de ces régions séparées, on pourra attribuer à la grandeur considérée une valeur bien déterminée après l'action du dispositif de mesure. Ainsi la mesure résultera comme toujours d'une localisation de corpuscule. Comme exemple simple d'une telle expérience de mesure, considérons un photon associé à un train d'ondes formé par la superposition de plusieurs ondes monochromatiques et plaçons sur leur passage un dispositif du type « réseau » : ce dispositif a pour effet de répartir dans des régions séparées de l'espace les différentes composantes monochromatiques et, si nous décelons la présence du photon dans l'une de ces régions, par exemple par une impression photographique, nous pourrons dire quelles étaient l'énergie et la quantité de mouvement après l'action du réseau.

Nous pouvons analyser ce genre de mesure de la façon suivante. Supposons que nous voulions mesurer une grandeur A attachée au corpuscule. Le train d'ondes initial R_0 étant représenté par la fonction d'onde $\Psi = \sum_k C_k \varphi_k$ où φ_k est la fonction propre qui correspond à la valeur propre α_k de A, nous envoyons ce train d'ondes sur un dispositif (le réseau dans l'exemple précédent) qui sépare les compoxantes $C_k \varphi_k$ en les localisant dans des régions séparées R_k de l'espace L'observation d'un phénomène macroscopique déclenché par le corpuscule dans la région R_j permet alors d'affirmer que la grandeur A du corpuscule avait après l'action du dispositif la valeur α_j et nous aurons ainsi effectué une mesure de A. Le formalisme de la Mécanique ondulatoire usuelle nous affirme alors que la valeur α_j a la probabilité $|C_j|^2$ d'être ainsi obtenue. Il serait déraisonnable d'admettre que, quand nous observons la présence du corpuscule dans la région R_j, c'est cette observation qui le localise dans cette région ;

(1) [1, *b*], page 87.

la seule interprétation raisonnable est d'admettre qu'après l'action du dispositif le corpuscule se trouvait déjà localisé dans la région R_j avant de produire le déclenchement du phénomène macroscopique qui nous permet de l'y localiser. Contrairement à l'interprétation usuellement admise, la théorie de la double solution rend parfaitement compte de cette circonstance : parti d'un point inconnu de R_0, le corpuscule possède à chaque instant un mouvement entièrement déterminé par la formule du guidage (compte tenu des perturbations Bohm-Vigier) et ce mouvement l'amène dans l'une des régions R_k. On démontre facilement que la probabilité pour que le corpuscule parvienne ainsi dans la région R_j est bien donnée par $|C_j|^2$.

Une autre méthode de mesure fréquemment utilisée, notamment pour la mesure des énergies et des quantités de mouvement, consiste à faire entrer le corpuscule étudié en interaction momentanée, par exemple dans un choc, avec un autre corpuscule que je nommerai pour la clarté de l'exposition « le corpuscule indicateur ». Pendant l'interaction le mouvement des corpuscules est représenté par la Mécanique ondulatoire des systèmes dans l'espace de configuration que la théorie de la double solution peut interpréter comme nous l'avons vu précédemment. Après la fin de l'interaction, les deux corpuscules peuvent se trouver dans toute une série de couples de trains d'ondes corrélées $R_1 — R'_1$, $R_2 — R'_2$ ... etc., la corrélation de ces trains d'ondes satisfaisant aux principes de conservation de l'énergie et de la quantité de mouvement. Si alors le corpuscule indicateur manifeste sa présence dans le train d'ondes R'_n en y déclenchant un phénomène macroscopique observable, on sera sûr que le corpuscule étudié se trouve dans le train d'ondes R_n corrélé de R'_n et l'on pourra en déduire la valeur, après le choc, de sa quantité de mouvement et de son énergie. Ce procédé de mesure est, en somme, celui qui est couramment employé dans l'étude des particules récemment découvertes quand on les étudie à l'aide des chambres de Wilson, des chambres à bulle ou des émulsions photographiques. Ici il est tout à fait impossible d'admettre que ce soit l'observation du phénomène déclenché par le corpuscule indicateur dans R'_n qui localise le corpuscule étudié (sur lequel on n'agit aucunement) dans R_n, d'autant plus que R_n et R'_n peuvent alors se trouver très loin l'un de l'autre. Il est absolument nécessaire d'admettre qu'à la fin du processus de choc et *avant que l'on ait fait aucune observation*, les deux corpuscules sont localisés dans deux trains d'ondes corrélés, ce dont la théorie de la double solution rend compte sans difficulté. Nous retrouvons ici, sous une forme particulièrement démonstrative, la preuve qu'il est nécessaire de rétablir la localisation des corpuscules.

Je renverrai pour une étude plus détaillée de ces questions aux chapitres VI et VII de mon livre sur la théorie de la Mesure, et je dirai maintenant quelques mots sur l'interprétation des relations d'incertitude de Heisenberg. On sait qu'en désignant par q_i l'une des coordonnées d'un corpuscule et par p_i la composante canoniquement conjuguée de sa quantité de mouvement, on peut écrire les relations d'incertitude de Heisenberg sous la forme valable en ordre de grandeur

$$\Delta q_i . \Delta p_i \geqslant h \tag{13}$$

On peut aussi mettre ces relations sous une forme plus précise en faisant intervenir les « dispersions » correspondant aux lois de probabilité pour les valeurs de q_i et de p_i. Quelle est la signification physique de ces relations ? D'après la façon même dont on peut les démontrer à partir des principes de la Mécanique ondulatoire, elles signifient qu'après une opération quelconque de mesure il subsiste toujours sur les valeurs de q_i et de p_i des incertitudes telles que les relations (13) soient satisfaites. Ceci est confirmé par l'analyse des procédés de mesure faite autrefois par MM. Bohr et Heisenberg, montrant comment les incertitudes Δq_i et Δp_i s'introduisent nécessairement par suite de l'existence du quantum d'action. Par une extension qui me paraît tout à fait injustifiée, on en a conclu que le corpuscule ne possède en général ni avant, ni après la mesure une position et une quantité de mouvement bien déterminées. La seule chose qui soit bien établie, c'est qu'en raison de l'existence du quantum d'action tout dispositif de mesure agissant sur un corpuscule perturbe son état et ne peut nous fournir simultanément les valeurs exactes après la mesure des grandeurs canoniquement conjuguées q_i et p_i. Il n'en résulte nullement que le corpuscule ne puisse avoir avant et après l'action du dispositif de mesure une position et une vitesse bien déterminées : une analyse faite dans le cadre de la double solution le montre très clairement.

Notre conclusion est donc que, dans la théorie de la double solution, les incertitudes de Heisenberg gardent toute leur signification, mais qu'elles doivent être interprétées avec précaution et ne pas être identifiées avec de véritables indéterminations.

10. **La conception du champ doublement unitaire d'Einstein et le milieu subquantique de Bohm-Vigier.** Revenons sur la conception du champ *doublement* unitaire d'Einstein. Elle suppose que l'ensemble de la réalité physique devrait pouvoir être représenté à l'aide d'un champ fondamental unique défini en tous points de l'espace-temps que nous nommerons, pour abréger, le « champ de base ». De ce champ de base, tous les champs qu'ils soient gravifiques, électromagnétiques ou associés à des particules matérielles devraient être des modalités, c'est-à-dire qu'ils devraient être des solutions particulières des équations du champ de base : c'est là le premier caractère unitaire de la théorie. De plus, les diverses sortes de corpuscules devraient être incorporées au champ sous forme de régions de haute concentration et en constituer des accidents très localisés comme le suppose la théorie de la double solution : c'est là le second caractère unitaire des conceptions d'Einstein. Ajoutons que les équations du champ doivent être non linéaires, l'influence de la non-linéarité ne se manifestent d'ailleurs d'une façon sensible que dans les régions de haute concentration du champ.

Les diverses tentatives qui ont été faites pour donner une forme précise aux conceptions d'Einstein, pour très intéressantes qu'elles soient, sont restées incomplètes. Ainsi les théories unitaires d'Einstein et de Schrödinger cherchent à fondre le champ électromagnétique et le champ de gravitation, mais elles ignorent les champs associés, au sens de la Mécanique ondulatoire, aux particules matérielles. Les théories de Mie

et de Born-Infeld incorporent d'une manière non-linéaire les corpuscules électrisés au champ électromagnétique, mais elles ne réalisent aucune unification des diverses catégories de champs.

D'ailleurs aucune de ces théories ne parvient à introduire naturellement ni les quanta, ni les conceptions de la Mécanique ondulatoire. La raison me paraît en être la suivante : elles méconnaissent toutes la nécessité d'introduire un champ de base *ondulatoire*, et non quasi-statique. Comme je l'ai déjà dit, Einstein sur ce point semble ne pas avoir vu clair pour une raison sur laquelle nous reviendrons plus loin. Dans ces derniers temps, diverses tentatives ont été faites pour développer des théories à caractère doublement unitaire admettant l'existence d'un champ de base à nature ondulatoire. Je citerai seulement un très intéressant travail de M. Lanczos [7] ainsi que deux mémoires non encore publiés de M. Lawrence Schmid et de M. J. P. Vigier [8], ce dernier retrouvant ainsi pour le champ de base une équation non linéaire de même forme que celle qui est à la base de la récente théorie de Heisenberg et Pauli. Sans insister sur le détail de ces tentatives, je vais maintenant exposer comment le problème me paraît se poser aujourd'hui.

Si l'on admet l'idée d'un champ de base ondulatoire, ce champ doit être un champ spinoriel. M. Schmid en a très bien expliqué la raison en écrivant : « Si le champ de base était vectoriel, on ne pourrait construire avec lui que des champs vectoriels tandis que, s'il est spinoriel, on pourra construire avec lui des champs spinoriels et vectoriels. » Or les deux types de champs sont nécessaires : on sait, en effet, que les fermions dont le spin est un multiple impair de $\frac{h}{4\pi}$ sont associés à des ondes spinorielles tandis que les bosons dont le spin est un multiple pair de $\frac{h}{4\pi}$ sont associés à des ondes vectorielles. Cette conception que le champ de base dont dérivent tous les autres champs associés aux particules est spinoriel est d'ailleurs tout à fait en accord avec la manière dont j'avais développé naguère la théorie générale des particules par la méthode que j'avais appelée « méthode de fusion » [9]. Cette méthode consiste, en effet, essentiellement à déduire toutes les équations d'ondes, respectivement spinorielles et vectorielles, des fermions et des bosons en prenant comme équation de base l'équation spinorielle de Dirac.

Pourquoi Einstein ne voulait-il pas attribuer au champ de base un caractère ondulatoire ? C'est qu'un tel champ lui paraissait devoir comporter une répartition spectrale et que, s'il en était ainsi, on perdait l'invariance par rapport à la transformation de Lorentz puisqu'une répartition spectrale ne peut pas être invariante pour cette transformation. Le champ de base posséderait alors des propriétés différentes pour des observateurs galiléens en mouvement relatif et pourrait constituer pour ces observateurs une sorte de repère universel analogue à l'éther des théories classiques, ce qui est contraire aux exigences de la théorie de la Relativité. Mais on peut opposer à cette objection une curieuse échappatoire qui a été signalée, il y a quelques années par M. Dirac [10]. Elle consiste à assimiler le champ de base à un gaz homogène de particules indépendantes dont les quantités de mouvement sont réparties uniformément en grandeur et en direction.

Précisons ce point intéressant. L'état stationnaire d'un gaz de particules indépendantes est complètement déterminé si l'on connaît l'expression $f(x, y, z, p_x, p_y, p_z)\, dx\, dy\, dz\, dp_x\, dp_y\, dp_z = f(\boldsymbol{r}, \boldsymbol{p})\, d\boldsymbol{r}\, d\boldsymbol{p}$ qui donne la répartition des points représentatifs des particules dans l'extension-en-phase à six dimensions. Considérons alors un premier observateur galiléen et un élément $d\boldsymbol{r}_1 . d\boldsymbol{p}_1$ de son extension-en-phase. Pour un deuxième observateur galiléen en mouvement relatif par rapport au premier avec la vitesse βc les points représentatifs qui, pour le premier observateur occupaient l'élément d'extension-en-phase $d\boldsymbol{r}_1 . d\boldsymbol{p}_1$, occupent pour le second un élément d'extension-en-phase $d\boldsymbol{r}_2 . d\boldsymbol{p}_2$. Les formules relativistes qui expriment la transformation des vitesses et celle des composantes du vecteur Impulsion d'Univers lors de la transformation de Lorentz qui fait passer du premier observateur au second montrent que l'on a

$$d\boldsymbol{r}_2 = d\boldsymbol{r}_1 \frac{\sqrt{1-\beta^2}}{1 + \frac{\beta}{c} v_z} \qquad d\boldsymbol{p}_2 = d\boldsymbol{p}_1 \frac{1 + \frac{\beta}{c} v_z}{\sqrt{1-\beta^2}} \tag{14}$$

v_z étant la composante de vitesse dans le sens du mouvement relatif qui correspond à $\boldsymbol{p}_1$. On en tire

$$d\boldsymbol{r}_1 . d\boldsymbol{p}_1 = d\boldsymbol{r}_2\ d\boldsymbol{p}_2 \tag{15}$$

formule qui exprime l'invariance relativiste de l'élément d'extension-en-phase. On voit alors que si dans l'expression $f(\boldsymbol{r}, \boldsymbol{p})\, d\boldsymbol{r}\, d\boldsymbol{p}$ la fonction f ne se réduit pas à une constante, les propriétés du gaz ne sont pas les mêmes pour les deux observateurs : transposée dans le langage ondulatoire, cette conclusion conduit à l'objection d'Einstein. Mais si la fonction f se réduit à une constante (qui est nécessairement invariante), le gaz a les mêmes propriétés pour tous les observateurs galiléens et cet « éther de Dirac » n'est plus en contradiction avec le principe de Relativité.

On peut cependant adresser une critique à cette conception du champ de base. Si la répartition des particules du gaz de Dirac est donné par l'expression $C\, d\boldsymbol{r} . d\boldsymbol{p}$, toutes les valeurs, même infiniment grandes, de l'énergie et de la quantité de mouvement sont présentes, ce qui peut paraître physiquement peu acceptable. On pourrait supposer que pour les très grandes valeurs de $\boldsymbol{p}$, la valeur de la constante C tombe rapidement à zéro, mais alors l'invariance relativiste de l'éther de Dirac n'est plus rigoureuse. Cependant, en prenant suffisamment grande la valeur de $\boldsymbol{p}$ pour laquelle C tombe à zéro, seuls des observateurs dont la vitesse par rapport à cet éther serait infiniment voisine de c pourraient s'apercevoir de leur mouvement relatif par rapport à cet éther et il semble que cela suffise pour écarter l'objection.

Il est tout naturel d'identifier le champ de base conçu comme un éther de Dirac avec le milieu subquantique de Bohm-Vigier. Nous sommes ainsi amenés à distinguer trois « niveaux » de la réalité physique : d'abord le *niveau macroscopique* des phénomènes à notre échelle qui est l'objet de la Physique classique : puis le *niveau microphysique ou quantique* où se manifestent les particules de matière et de lumière avec intervention des quanta et qui, échappant à nos observations directes, a pu cependant être indirectement

exploré depuis plus d'un demi-siècle : enfin, plus profond et plus caché encore, le *niveau subquantique.* Les développements contemporains de la Physique quantique ont apporté de nombreux indices de l'existence d'un niveau subquantique. Apparitions et disparitions de particules (qui ont conduit, dans le cas des paires électrons-positon, à la conception due à Dirac d'un océan d'électrons à énergie négative qui resteraient cachés, même au niveau microphysique), création et annihilation des photons, interactions s'exprimant par des échanges de corpuscules dits « virtuels » qui semblent échapper au niveau microphysique, nécessité pour rendre compte de l'effet Lamb-Retherford et du moment magnétique légèrement anormal de l'électron de faire intervenir la constante interaction des particules avec le « vide » qui les entoure, tout cela semble bien indiquer que le niveau microphysique est en contact permanent avec un niveau plus caché. Le vide nous apparaît ainsi assez paradoxalement comme doué de propriétés physiques importantes, comme susceptible de polarisation et même, d'après un calcul de M. Bohm relatif à l'énergie du zéro absolu, comme le siège d'une quantité formidable d'énergie (10^{27} joules par centimètre cube !)

Il semble donc bien que partout, même dans ce que nous nommons le vide, le milieu subquantique soit présent et qu'il forme une substructure dont le niveau microphysique n'est que la superstructure. Pourquoi cette substructure échappe-t-elle totalement à nos observations ? Sans doute parce qu'assimilable à l'éther de Dirac, il est entièrement chaotique et ne produit au niveau microphysique que des effets nuls en moyenne. Immense réservoir d'énergie et de quantité de mouvement, le milieu subquantique, siège d'ondulations de très hautes fréquences entièrement incoordonnées, contiendrait de très petites régions de concentration constituant des particules « cachées » totalement inobservables. Mais dans ce milieu chaotique, pourraient s'organiser des propagations d'ondes ayant le caractère d'un écoulement d'ensemble entraînant une région de haute concentration : ce serait là les ondes u avec leur région singulière décelable au niveau microphysique parce qu'elles échapperaient au caractère chaotique du milieu subquantique. Ainsi les corpuscules associés aux ondes u émergeraient en quelque sorte du milieu subquantique dont ils constitueraient la superstructure, mais ils resteraient en constante interaction avec lui, ce qui permettrait d'expliquer les faits qui ont été rappelés plus haut.

Il convient encore de remarquer que la non-linéarité des équations du champ de base, et par conséquent des ondes u, serait sans doute à l'origine de toutes les interactions entre les corpuscules décelables ou cachés. Ici encore, nous rejoignons une idée d'Einstein qui, envisageant le cas particulier des interactions entre le champ électromagnétique et les charges électriques, affirmait que, dans les équations de Lorentz, il fallait supprimer les termes de source (en ρ et $\rho\mathbf{v}$) et les remplacer par des termes non linéaires, ces termes non linéaires devant déterminer la structure du champ et des charges et *toutes leurs interactions.*

Les idées développées dans le présent paragraphe, bien qu'appuyées sur certaines indications théoriques et expérimentales, sont évidemment audacieuses et ne constituent guère qu'un programme. Elles font néanmoins entrevoir une très belle image synthétique de la réalité physique et forme pour la théorie de la double solution une sorte de grandiose toile de fond.

11. Quelques mots sur la théorie des particules. — Une des caractéristiques les plus remarquables des découvertes expérimentales en Microphysique depuis une trentaine d'années a été la découverte d'un nombre considérable de particules fondamentales, la plupart d'ailleurs très instables et d'une très courte durée de vie.

Jusqu'en 1930, on ne connaissait encore que les deux particules stables de la matière, l'électron et le proton, ainsi que le photon de la lumière. Mais, en 1931-1932, en même temps qu'on commence à admettre sans preuve expérimentale directe l'existence du neutrino, on découvre le neutron, puis l'électron positif. Une idée importante nouvelle s'introduit alors dans la théorie : celle que non seulement les noyaux d'atomes qui sont complexes, mais même les particules fondamentales considérées comme simples se transforment aisément les unes dans les autres. Ainsi l'électron et le proton, qui comme constituants des noyaux peuvent être réunis sous le nom de nucléons, se transforment aisément l'un en l'autre avec émission d'un électron positif ou négatif et d'un neutrino. De même un photon peut se transformer en une paire électron-positon ou inversement.

En 1937, fut découverte une particule de masse intermédiaire entre celle de l'électron et celle du proton, particule appelée aujourd'hui le méson μ et dont la masse vaut 207 fois celle de l'électron. On a cru pendant quelque temps que ce méson μ était la particule dont l'existence avait été prévue par M. Yukawa dans un mémoire célèbre paru peu auparavant. Mais une dizaine d'années plus tard, on a découvert une autre sorte de mésons, les mésons π, de masse voisine de 274 fois celle de l'électron, et c'est le méson π qui nous apparaît aujourd'hui comme le véritable méson de Yukawa. Enfin, depuis dix ans, on a reconnu l'existence non seulement d'une autre sorte de mésons, les mésons K, de masse voisine de 965 fois celle de l'électron, mais d'autres particules encore nommées Λ^0, Σ ou Ξ dont la masse est supérieure à celle du proton et qu'on nomme pour cette raison des hypérons.

La découverte et l'identification de toutes ces particules a été progressive et parfois assez pénible. Il en est résulté une situation théorique assez confuse. On a reconnu que pour caractériser chaque sorte de particule, il fallait lui attribuer, en dehors de sa masse, de sa charge électrique et de sa durée de vie, d'autres caractéristiques nouvelles introduites plus ou moins empiriquement auxquelles on a donné les noms de spin isotopique I, de nombre baryonique N et de nombre d'étrangeté S. Grâce à l'introduction de ces caractéristiques, on a pu établir une classification probablement encore assez provisoire, des particules et l'on a abouti à une formule certainement importante qui exprime la charge électrique Q à l'aide des grandeurs I, N et S. C'est la formule de Gell-Mann.

$$Q = I + \frac{N + S}{2} \tag{16}$$

mais cette formule a un caractère tout à fait empirique.

En face de cette situation, les théories actuellement

admises se trouvent dans une position assez difficile. Comme elles nient la localisation dans l'espace des particules et s'interdisent par suite toute représentation de leur structure, elles ne peuvent raisonner qu'en s'appuyant sur des considérations de symétrie et de théorie des groupes déduites des équations d'ondes ou des lois d'interaction qu'on attribue à ces particules. Malgré l'intérêt des résultats ainsi obtenus, il est douteux qu'ils puissent nous fournir une connaissance complète de la nature des particules.

Plusieurs raisons expérimentales et théoriques conduisent à penser qu'il faudrait rétablir la notion de dimensions d'une particule et réintroduire des grandeurs analogues au « rayon » classique de l'électron. De plus, pour pouvoir interpréter la signification physique du spin isotopique, du nombre baryonique et du nombre d'étrangeté définis jusqu'à présent d'une façon purement formelle, il faudrait les rattacher à la structure interne de la particule. Mais comment réintroduire d'une manière intelligible les dimensions et la structure interne des particules si la particule est quelque chose qui n'est pas localisée dans l'espace ? Ici encore le rétablissement de la localisation me paraît extrêmement souhaitable.

Un effort très vigoureux a été tenté en ce sens dans ces dernières années par M. Vigier et ses collaborateurs. Il a eu pour point de départ des études très approfondies effectuées par MM. Takabayasi, Bohm, Vigier, Hillion, Halbwachs et Lochak (1) sur l'hydrodynamique des fluides relativistes et, en particulier, sur celle qui correspond aux équations d'onde de Dirac. Ces études ont conduit leurs auteurs à une théorie de la rotation relativiste d'une « gouttelette liquide » : elle a fait apparaître des effets compliqués et jusqu'ici ignorés qui sont spécifiquement relativistes et qui fournissent des images nouvelles pour la description d'un objet en rotation. Comme il existe toujours, nous l'avons vu, une analogie étroite entre une image hydrodynamique et une propagation ondulatoire, on peut considérer une gouttelette liquide en tourbillonnement relativiste comme une image de la région singulière d'une particule à spin conçue suivant le modèle de la double solution. Il est alors naturel de chercher à identifier certaines des caractéristiques nouvelles introduites par l'hydrodynamique relativiste avec les grandeurs qui caractérisent la particule et qui se trouvent ainsi rattachées à sa structure interne. La quantification du modèle de particules ainsi obtenu a conduit M. Vigier et ses collaborateurs, dans les tentatives successives qu'ils ont faites, soit à la formule de Gell-Mann, soit à des formules analogues, mais toujours en parvenant à une interprétation des grandeurs à spin isotopique, nombre baryonique, nombre d'étrangeté... se rattachant directement au modèle structural adopté. Ces tentatives sont en constant développement et n'ont pas pris encore leur forme définitive, mais il y a là une voie pleine de promesses. Il est permis de croire que, dans le domaine de la théorie des particules, le rétablissement de la localisation se montrera nécessaire et fructueux.

Reste le problème de la masse. Les masses des particules fondamentales, généralement exprimées en prenant celle de l'électron comme unité, forment une suite d'apparence incohérente et l'on n'est pas encore parvenu à les relier par une relation, même empirique. Du point de vue de la théorie de la double solution, la masse d'une particule devrait résulter de la structure interne quantifiée de la particule, c'est-à-dire de ce qui passe dans sa région singulière où le champ ondulatoire obéit à des lois non linéaires : c'est dire la difficulté du problème. Pour autant qu'on puisse dire quelque chose sur une question aussi complexe, il semble qu'on puisse adopter deux attitudes différentes. Ou bien on admettra que la totalité (ou la presque totalité) de la masse de la particule résulte de la quantification de son champ intérieur et alors la masse apparaîtra comme une propriété de la particule. Ou bien, pour se rapprocher un peu des idées de M. Heisenberg, d'ailleurs très différentes dans leurs principes, on admettra que la masse d'une particule résulte de l'interaction, sans doute non linéaire, de cette particule avec toutes les autres particules de l'Univers, celles qui sont observables au niveau microphysique et probablement celles qui sont ensevelies dans le milieu subquantique. Il serait prématuré de choisir entre ces deux alternatives, mais il paraît assez probable que la détermination théorique de la masse des particules ne pourra s'effectuer d'une façon claire qu'en faisant intervenir leur structure interne, ce qui à mon avis implique nécessairement un retour à la localisation dans l'espace.

12. **Difficiles problèmes non résolus en théorie de la double solution.** — Je voudrais, pour terminer, mentionner quelques problèmes très difficiles, intimement reliés à l'énigme de la dualité onde-corpuscule ; je les ai étudiés à la fin d'un de mes ouvrages [1, *a*], mais il faut reconnaître que, dans le cadre de la théorie de la double solution, ils ne sont, à l'heure actuelle, aucunement résolus.

Je citerai d'abord le fait suivant : quand l'onde d'un corpuscule est formée par une superposition d'ondes monochromatiques, même si le champ extérieur est nul ou permanent, même si l'on fait abstraction des perturbations Bohm-Vigier, l'énergie que la formule du guidage attribue au corpuscule est constamment variable : seule sa moyenne pondérée pour toutes les positions possibles du corpuscule est constante. Cette circonstance est reliée au fait que les potentiels quantiques introduits par la théorie sont fonctions du temps. La conservation de l'énergie, ainsi d'ailleurs que celle de la quantité de mouvement, semblent donc en défaut. Il convient d'ailleurs d'observer que, même dans la théorie habituelle, il n'y a pas dans le cas d'une superposition d'ondes monochromatiques une véritable conservation de l'énergie et de la quantité de mouvement puisque ces grandeurs ont en général toute une série de valeurs possibles et non pas une valeur bien déterminée. En théorie de la double solution, on pourrait essayer de « sauver » les principes de conservation en admettant qu'il y a un échange constant d'énergie et de quantité de mouvement, par l'intermédiaire des potentiels quantiques, entre le corpuscule et le milieu subquantique sous-jacent, mais ce n'est là qu'une suggestion.

Passons à une autre difficulté. Dans la théorie usuelle de la propagation des ondes qui repose sur des équations linéaires, les trains d'ondes en se propageant

(1) Je ne donne pas ici la bibliographie, déjà très abondante, de ces travaux.

s'étalent dans l'espace et corrélativement leur amplitude va s'en s'affaiblissant. L'étude mathématique de cet étalement montre qu'il est lié au fait que, dans la théorie linéaire des ondes, les trains d'ondes étant représentés par des superpositions d'ondes planes monochromatiques, ces ondes planes se propagent indépendamment les unes des autres en se déphasant et il en résulte l'étalement et l'affaiblissement progressifs du train d'ondes. Au point de vue de la théorie de la double solution, il semble en résulter une conséquence difficile à admettre : en effet, à l'extérieur de la région singulière, l'onde u doit se réduire à l'onde v qui obéit sensiblement à l'équation de la Mécanique ondulatoire : si donc l'on considère une région singulière, une bosse, implantée sur un train d'ondes v, la partie extérieure v de l'onde u devrait s'étaler en s'affaiblissant et l'onde u devrait tendre à se réduire à sa région singulière. En langage imagé, cela signifierait que le corpuscule devrait progressivement « perdre son onde ». L'intervention de la non-linéarité pourrait peut-être ici nous tirer d'embarras. D'une part, dans la région singulière, la non-linéarité doit être prépondérante et doit avoir pour effet de souder fortement ensemble les termes u_0 et v, ce qui pourrait avoir pour résultat d'empêcher le corpuscule de perdre son onde. D'autre part, remarque qui peut avoir de l'importance, la non-linéarité, peu sensible dans le corps du train d'ondes, pourrait réapparaître sur ses bords où les dérivées de u peuvent prendre de grandes valeurs : il y a là aussi une circonstance qui pourrait s'opposer à l'étalement du train d'ondes. Il semble donc que la théorie non linéaire des ondes u pourrait permettre d'obtenir des groupes d'ondes sans étalement, représentant par exemple un corpuscule qui se déplacerait d'un mouvement rectiligne et uniforme sans aucun affaiblissement du phénomène ondulatoire environnant.

Néanmoins, on peut aussi envisager pour ce genre de difficultés une autre solution qui paraît s'imposer dans d'autres cas tel que celui que nous allons maintenant étudier. Cette solution, c'est que l'onde v extérieure au corpuscule, après avoir subi un certain taux d'affaiblissement, puisse brusquement se reconstituer en reprenant une amplitude plus grande par une sorte de déclenchement dont on trouve beaucoup d'exemples dans les phénomènes non linéaires (oscillations de relaxation par exemple). Considérons un corpuscule qui traverse un écran absorbant. L'interprétation de faits expérimentaux incontestables impose, notamment dans le cas de la lumière et des photons, d'admettre que chaque fois qu'un corpuscule parvient à traverser l'écran sans être absorbé, il en sort avec une onde affaiblie. Si donc un corpuscule traverse successivement un nombre extrêmement grand d'écrans absorbants, il en sortira avec une onde v qui sera en quelque sorte infiniment affaiblie. Or en recevant sur un dispositif d'interférences les corpuscules qui auront traversé toute cette série d'écrans, on pourra obtenir un phénomène d'interférences où l'onde v, bien qu'infiniment faible, guide toujours le corpuscule vers une frange brillante où il se révèle avec la totalité de son énergie qui, elle, n'est aucunement affaiblie. Comment concevoir qu'une onde v, *quelque faible qu'elle soit*, puisse continuer à guider le corpuscule ? La difficulté est grande pour la théorie de la double solution, mais elle est, je crois, aussi grande dans l'interprétation probabiliste actuelle : en effet, dans cette interprétation, on doit dire qu'une onde de probabilité peut, si faible qu'elle soit, provoquer un phénomène d'interférences. L'objection reste la même avec la difficulté supplémentaire qu'on ne conçoit guère comment une onde de probabilité peut provoquer un phénomène. Mais, comme je l'ai indiqué plus haut, le caractère non linéaire de la théorie de la double solution sous sa forme actuelle pourrait permettre d'envisager une explication : l'onde v extérieure pourrait s'affaiblir considérablement sans que la liaison entre le corpuscule et l'onde en soit affectée, mais, quand cet affaiblissement atteindrait un certain taux critique, un brusque processus à caractère non linéaire amènerait une reconstitution de l'onde v avec son amplitude normale primitive. On comprendrait alors comment des photons provenant d'une nébuleuse lointaine pourraient donner lieu à des phénomènes d'interférences avec une énergie $h\nu$ aucunement affaiblie malgré l'incroyable affaiblissement que leur onde individuelle aurait dû subir, d'après les conceptions actuelles, en s'éparpillant à travers l'espace sidéral.

Les hypothèses que nous venons d'envisager sont évidemment très hardies et resteront douteuses tant qu'on n'aura pas pu les appuyer sur des calculs précis, mais elles ont l'intérêt de suggérer une idée générale assez séduisante. Il se pourrait que toutes les difficultés conceptuelles que rencontre la Mécanique quantique actuelle et son incapacité de nous offrir une image intelligible des phénomènes proviennent de ce qu'elle s'est enfermée *a priori* dans un formalisme linéaire alors que tous les phénomènes de la Physique paraissent bien être essentiellement non linéaires et ne devenir approximativement linéaires que dans des domaines limités.

Disons encore un mot au sujet des transitions brusques entre états stationnaires d'un système quantifié, conception introduite par M. Bohr avec le succès que l'on connaît dans sa théorie de l'atome. M. Bohr n'a pas tardé à penser que nous ne pouvons d'aucune manière nous représenter ces transitions quantiques, ce qu'il a exprimé en disant qu'elles « transcendaient » le cadre de l'espace et du temps. Est-ce bien sûr et faut-il renoncer aussi aisément à nous faire une représentation des phénomènes physiques ? Ces transitions brusques, qui sont liées à une interaction entre électron et champ électromagnétique, ne seraient-elles pas des processus extrêmement rapides, mais cependant de durée finie, analogues à ces passages brusques d'un état stable à un autre qui sont si fréquents en Mécanique non linéaire ? Je pose la question sans pouvoir naturellement y répondre avec certitude.

La théorie de la double solution, si elle parvenait à son but, devrait bien entendu rendre compte des succès de la théorie quantique des champs qui est si en vogue aujourd'hui parmi les théoriciens. Issue de la Mécanique ondulatoire par l'intermédiaire du procédé de seconde quantification, suggérée aussi par une analogie peut-être un peu factice entre le champ électromagnétique et un ensemble d'oscillateurs, la théorie quantique des champs fournit un formalisme cohérent qui contient certainement une grande part de vérité puisqu'il a permis de représenter d'importants phénomènes physiques comme l'effet Lamb-Retherford et la valeur légèrement anormale du moment magnétique de l'électron. Son grand mérite, à mes yeux, a été, en

étudiant la création et la disparition des photons et des paires d'électrons et en analysant plus finement les réactions entre charges électriques et champs électromagnétiques, de nous avoir fait de plus en plus soupçonner l'existence d'un milieu sous-jacent avec lequel les particules du niveau quantique observable seraient en constante interaction.

Mais la théorie quantique des champs est très formelle et très peu descriptive et pour cette raison il me paraît possible qu'elle finisse par devenir stérile. Quand elle nous dit que les bosons sont caractérisés par la formule $[\Psi^+(\boldsymbol{r}'), \Psi(\boldsymbol{r})] = -\delta(\boldsymbol{r} - \boldsymbol{r}')$ et que les fermions sont caractérisés par la formule

$$[\Psi^+(\boldsymbol{r}'), \Psi(\boldsymbol{r})]_+ = \delta(\boldsymbol{r} - \boldsymbol{r}')$$

où Ψ^+ et Ψ sont des opérateurs dans l'espace des nombres d'occupation, elle nous donne sans doute des formules exactes, mais il est difficile de penser qu'elle nous fasse ainsi comprendre ce que sont dans la réalité physique les bosons et les fermions.

La théorie quantique des champs nous apparaîtra peut-être un jour comme nous ayant fourni seulement une représentation statistique de certains aspects d'une réalité physique profonde qu'elle était incapable de décrire complètement.

Louis DE BROGLIE.

Manuscrit reçu le 8 octobre 1959.

BIBLIOGRAPHIE

[1] *a*) Louis de BROGLIE, Une tentative d'interprétation causale et non linéaire de la mécanique ondulatoire : la théorie de la double solution. Paris, Gauthier-Vilars, 1956.
b) Louis de BROGLIE, La théorie de la mesure en mécanique ondulatoire, Paris, Gauthier-Villars, 1957.
c) Louis de BROGLIE, Nouvelles perspectives en microphysique, Paris, Albin Michel, 1956.

[2] *Journal de Physique*, 6e série, 1927, **8**, 225.

[3] BOHM (D.) et VIGIER (J. P.), *Phys. Rev.*, 1954, vol. **96**, 208.

[4] *a*) Louis de BROGLIE et ANDRADE E SILVA (J. L.), *C. R. Acad. Sc.*, 1957, **244**, 529.
b) ANDRADE E SILVA (J. L.), *C. R. Acad. Sc.*, 1957, **245**, 1893 et 2018 ; 1958, **246**, 391.
c) ANDRADE E SILVA (J. L.), *C. R. Acad. Sc.*, 1959, **248**, 1785, 1947 et 2291.

[5] TONNELAT (Mme M. A.), Les principes de la théorie électromagnétique et de la relativité, Paris, Masson, 1959.

[6] *a*) PETIAU (G.), *Nuovo Cimento*, 1958, vol. **9** (suppl. 2), 542. PETIAU (G.), *C. R. Acad. Sc.*, Nombreuses notes de 1954 à 1959.
b) DESTOUCHES (J. L.), *Journal de Physique*, 1955, **16**, 81 ; 1957, **18**, 632 ; 1958, **19**, 135. La quantification en théorie fonctionnelle des corpuscules, Paris, Gauthier-Villars, 1956. Corpuscules et champs en théorie fonctionnelle, Paris, Gauthier-Villars, 1958.

[7] CORNELIUS LANCZOS, *Review of modern Physics*, 1957, vol. **29**, 337.

[8] Mémoires non encore publiés.

[9] Louis de BROGLIE, Théorie générale des particules à spin (méthode de fusion), 2e édition, Paris, Gauthier-Villars, 1954.

[10] DIRAC (P. A. M.), *Nature*, 1951, vol. **168**, 906.

LETTRES A LA RÉDACTION

LE PHOTOPOTENTIEL DE SURFACE DES SEMICONDUCTEURS

Par A. Surduts,
Laboratoire de Physique, E. N. S.

Les relations de base pour le calcul du photopotentiel [1] de surface ΔY en fonction de L (nombre de photons effectivement absorbés) pour un semiconducteur non dégénéré (validité de statistique de Boltzman) sont :

$$n = n_i\, e^{y-N} \qquad y = \frac{\psi - \psi_0}{kT/q} \quad \text{le potentiel en unités relatives}$$
$$p = n_i\, e^{P-y}$$

N et P déterminent les niveaux quasi-Fermi, on a

$$n_0 + \Delta n = n_0\, e^{-N} \qquad -N = \beta(\varphi_0 - \varphi_n) \qquad \beta_0 = q/kT$$
$$p_0 + \Delta p = p_0\, e^{P} \qquad P = \beta(\varphi_p - \varphi_0)$$

et l'équation de Poisson

$$\operatorname{div} E = -\frac{d^2\psi}{dx^2} = \frac{4\pi\rho}{\varepsilon} \quad \text{pour problème plan.}$$

On admet que la fréquence de modulation du faisceau lumineux incident est suffisamment élevée pour que les centres recombinants < c. r. > lents n'arrivent pas à suivre les variations du potentiel à la surface même du semiconducteur. Dans ces conditions on a à satisfaire la relation :

$$\frac{\partial}{\partial L}\left[\int_0^\infty \rho\, dx + \sigma_a(N_a) + \sigma_b(N_b)\right] = 0 \tag{1}$$

$$\rho = q[(p - p_0) - (n - n_0)]$$

ρ : la densité de la charge des porteurs d'un point quelconque de la zone de charge d'espace.

$\sigma_a(N_a)$ la charge de < c. r. > rapides-donneurs.

$\sigma_b(N_b)$ la charge de < c. r. > rapides-accepteurs.

$N_a\, N_b$ la densité des < c. r. > multiplié par un facteur Boltzman.

On trouve pour un semi-conducteur dont l'épaisseur est $\gg l_{diff}$:

S_s : la vitesse de recombinaison à la surface.

$S_v = \dfrac{D}{l_{diff}}$: la vitesse de recombinaison en volume

$\mathcal{L}_D$: la longueur de Debye.

On distingue deux cas principaux :

Cas I. — N_a, $N_b \to 0$ c'est-à-dire on peut négliger la densité des < c. r. > rapides donneur, accepteurs.

On trouve comme solution de l'équation différentielle (2)

$$\frac{L}{p_0(S_s + S_v)} = \frac{(\lambda^{-2} - 1)\,\Delta Y + e^{-Y_0}(1 - e^{\Delta Y}) + \lambda^{-2} e^{Y_0}(1 - e^{\Delta Y})}{e^{Y} + e^{-Y} - 2} \tag{3}$$

Y : le potentiel à la surface ; $Y = Y \;\; + \Delta Y$.

Nous admettons Y_0 non limité, mais

$$e^{\Delta Y} = 1 + \Delta Y\,;$$

On se contente du terme linéaire du développement. Dans ces conditions :

Le photopotentiel ΔY est donné par

$$\Delta Y = -\operatorname{th}(Y_0/2)\, \frac{\Delta n / p_0}{\left[\lambda^{-2}\left(\dfrac{1 - e^{-Y_0}}{1 - e^{-2Y_0}}\right) + \dfrac{1 - e^{Y_0}}{1 - e^{2Y_0}}\right] + \Delta n / p_0} \tag{4}$$

$$\Delta n = \frac{L}{S_s + S_v},$$

On voit que l'expression pour ΔY peut être écrite comme suit :

$$\Delta Y = a\, \frac{L}{b + L}.$$

Cas II. — N_a, $N_b \to 0$ mais le rapport N_a/N_b reste fini. L'équation (1) devient

$$\frac{\partial y}{\partial L} = \frac{\dfrac{1}{p_0(S_s + S_v)}\,(N_b\, e^{-y} - \lambda^2 N_a\, e^{y})}{N_a\, e^{y}\left[1 + \lambda^2 \dfrac{L}{p_0(S_s + S_v)}\right] + N_b\, e^{-y}\left[1 + \dfrac{L}{p_0(S_s + S_v)}\right]} \tag{5}$$

$$\frac{\partial y}{\partial L} = \frac{\dfrac{1}{p_0(S_s + S_v)}\,[(e^{-y} - 1) + (e^{y} - 1) + Z(\lambda^2 N_a\, e^{y} - N_b\, e^{-y})]}{\lambda^{-2}\left[e^{y}\left(1 + \lambda^2 \dfrac{L}{p_0(S_s + S_v)}\right) - 1\right] + e^{-y}\left(1 + \dfrac{L}{p_0(S_s + S_v)}\right) - 1 + Z\left[N_a\, e^{y}\left(1 + \lambda^2 \dfrac{L}{p_0(S_s + S_v)}\right) + N_b\, e^{-y}\left(1 + \dfrac{L}{p_0(S_s + S_v)}\right)\right]} \tag{2}$$

$$Z = -\frac{\partial F(\lambda, y, P, N)}{n_i\, \mathcal{L}_D . \lambda} \quad \text{avec } F(\lambda, y, P, N)$$
$$= \mp\, [\lambda\, e^{P}(e^{-y} - 1) + \lambda^{-1} e^{-N}(e^{y} - 1) + (\lambda - \lambda^{-1} y]^{1/2}$$
$$\lambda = \left(\frac{p_0}{n_0}\right)^{1/2} = \frac{p_0}{n_i} = \frac{n_i}{n_0}\,; \qquad \mathcal{L}_D = \left(\frac{\varepsilon}{2\pi\, q n_i\, a}\right)^{1/2}$$

et comme solution on aura :

$$L = \frac{e^{\Delta Y}\, p_0(S_s + S_v)}{1 - \lambda^2 (N_a / N_b)\, e^{2Y_0}}\left[1 - e^{\Delta Y} + \left(\frac{N_a}{N_b}\right) e^{2Y_0}(e^{\Delta Y} - 1)\right] \tag{6}$$

en admettant toujours les mêmes conditions, Y_0 non limité, $e^{\Delta Y} = 1 + \Delta Y$, on trouve pour le photopotentiel ΔY

$$\Delta Y = \left[1 - \left(\frac{N_a}{N_b}\right) e^{2Y_0} \lambda^2\right] \frac{\Delta n / p_0}{1 + \left(\frac{N_a}{N_b}\right) e^{2Y_0} \left[1 + \frac{2\Delta n}{p_0} + \Delta Y \left(1 + \frac{\Delta n}{p_0} \lambda^2\right)\right]} \tag{7a}$$

Pour des semiconducteurs type n suffisamment doté ($\lambda^2 \geqslant 1/10$) on peut écrire :

$$\Delta Y = \left[1 - \left(\frac{N_a}{N_b}\right) e^{2Y_0} \lambda^2\right] \frac{\Delta n / p_0}{1 + \left(\frac{N_a}{N_b}\right) e^{2Y_0} (1 + \Delta Y)} \tag{7b}$$

On aura plutôt une dépendance quasi-linéaire pour la branche négative de Y_0.

Les résultats expérimentaux avec Ge type n (14 Ω cm et 30 Ωcm) confirment plutôt une dépendance qui correspond au cas I : N_a, $N_b \to 0$, Y_0 non limité $e^{\Delta Y} = 1 + \Delta Y$. On aura sensiblement le même résultat pour des densités des < c. r. > lents très grands par rapports aux < c. r. > rapides. Dans ces conditions les < c. r. > lents fixent surtout Y_0 mais les < c. r. > rapides déterminent la vitesse de recombinaison à la surface.

Des mesures étaient faites de ΔY en fonction du gaz ambiant et du champ électrostatique. Des expériences sont en cours concernant la dépendance du photopotentiel ΔY de la longueur d'onde de la lumière incidente pour le domaine du visible, proche ultraviolet et proche infra-rouge. Les essais seront étendus sur ΔY en fonction de la température.

Lettre reçue le 26 octobre 1959.

BIBLIOGRAPHIE

[1] Voir les travaux de Garett et Brattain, *Phys. Rev.* 1955, **99**, 376. *Bell System. Techn. J.*, 1956, **35**, 1019 ; 1953, **32**, 1, et les autres publiés par l'équipe de Bell Telephone.

UTILISATION D'UN CONVERTISSEUR D'IMAGE EN MICROSCOPIE A ÉMISSION IONIQUE NÉGATIVE

Par R. Bernard, R. Goutte et C. Guillaud (*),

Nous avons montré, dans une publication précédente [1], qu'il était possible d'obtenir l'image d'une surface métallique en focalisant sur un écran ou une plaque photographique, les ions négatifs émis lors du bombardement de cette surface par des ions positifs rapides. Cette technique se heurte malheureusement à des difficultés sérieuses dues principalement à l'action des ions sur les écrans fluorescents et au comportement particulier des émulsions photographiques. En effet :

1) Les écrans classiques utilisés en microscopie électronique par transmission sont rapidement détruits par les courants ioniques négatifs intenses et lorsque ces courants sont faibles, le rendement lumineux des écrans décroît rapidement en fonction du temps pendant lequel ils ont été irradiés.

2) La reproduction photographique d'une image ionique négative est difficile, à cause, de l'absorption des ions par la gélatine dans laquelle est enrobé le bromure d'argent des plaques photographiques usuelles, d'où la nécessité d'utiliser des plaques du type Schuman, très pauvres en gélatine mais fragiles et de granulation importante.

La faible sensibilité et l'instabilité des écrans fluorescents d'une part, la fragilité et la granulation des émulsions photographiques d'autre part, constituent en l'état actuel des choses, un obstacle sérieux au développement de la microscopie ionique négative.

En raison de l'intérêt que présente cette nouvelle méthode microscopique dans l'étude des couches adsorbées et des phénomènes de catalyse, nous avons essayé de surmonter ces difficultés expérimentales en transformant l'image ionique directe en une image électronique grâce à un convertisseur d'image chargé d'assurer simultanément les trois fonctions suivantes :

1) Convertir l'image ionique négative en une image électronique facile à observer ou à enregistrer.

2) Multiplier le grandissement direct de l'objectif par un facteur 10.

3) Diminuer la probabilité de recombinaison des ions négatifs en réduisant de moitié le parcours des ions dans l'enceinte de pompage.

Le dispositif adopté est analogue à celui proposé par Möllenstedt [2] pour renforcer les images ioniques positives. L'image ionique négative directe de la surface étudiée est formée sur la cathode du convertisseur, simplement constitué par une surface métallique homogène parfaitement polie. Les électrons secondaires émis par cette cathode sont ensuite focalisés sur un écran et donnent une image électronique agrandie de l'image ionique initiale.

L'élément essentiel de ce convertisseur est constitué par une lentille à immersion, dont le schéma et les cotes principales sont données figure 1.

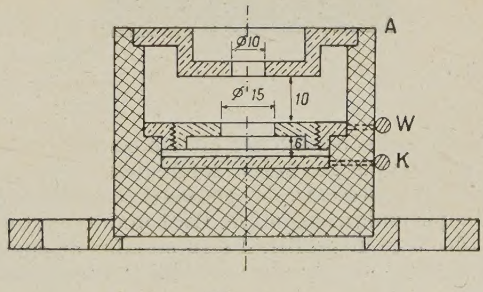


Fig. 1.

La distance de la cathode K du convertisseur au wehnelt W peut être réglée en agissant sur le déplacement vertical du wehnelt, l'anode A restant fixe. La cathode est en laiton, mais ce métal peut être avanta-

(*) Institut National des Sciences Appliquées, Département de Physique, Lyon.

geusement remplacé par du béryllium ayant un coefficient d'émission secondaire plus élevé. Le montage électrique de l'ensemble du microscope ainsi modifié est donné figure 2. Le wehnelt est polarisé positivement

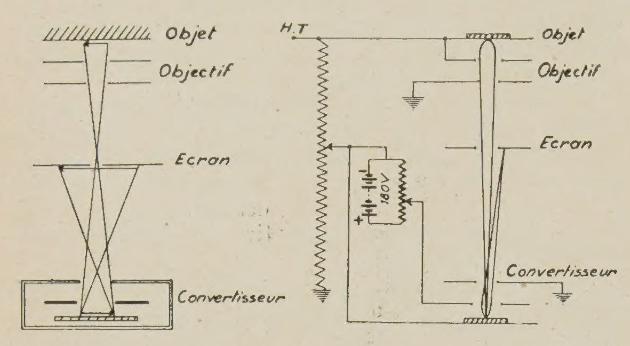


FIG. 2.

par rapport à la cathode. Cette polarisation variable permettant la mise au point est assurée par un montage potentiométrique, alimenté par une pile haute tension. L'écran d'observation, situé à mi-distance entre l'objectif et le convertisseur, est percé d'un trou permettant le passage du faisceau ionique direct, le côté fluorescent de cet écran faisant face au convertisseur.

La figure 3 reproduit l'image électronique obtenue, grâce à ce convertisseur, à partir de l'image ionique négative (H^-) d'un treillis de bronze laminé. Cette image a été réalisée en photographiant de l'extérieur du microscope l'écran perforé (Kodak TriX, f : 3,5, 10 s). Sa définition est comparable à celle d'une image ionique directe.



FIG. 3.

Bien que cette expérience ait été conduite dans des conditions expérimentales sommaires, elle montre l'intérêt qui présente le convertisseur d'image en microscopie ionique négative. Il est maintenant certain que, grâce à ce dispositif, il sera possible de construire un instrument de pouvoir séparateur plus élevé, donnant des grandissements supérieurs à 1 000 et permettant à la fois des observations visuelles prolongées sans détérioration de l'écran et l'utilisation des émulsions photographiques sensibles couramment employées en microscopie électronique.

Lettre reçue le 21 octobre 1959.

BIBLIOGRAPHIE

[1] BERNARD (R.) et GOUTTE (R.), *C. R. Acad. Sc.*, 1958, **246**, 2597.
[2] MOLLENSTEDT et HÜBIG, *Optik*, avril 1958, 225.

ÉLARGISSEMENT DIPOLAIRE DES RAIES DE RÉSONANCE NUCLÉAIRE DANS LES LIQUIDES

Par Joseph SEIDEN,
Laboratoire de Radioélectricité,
Faculté des Sciences de Paris.

De nombreuses expériences de résonance nucléaire effectuées dans des liquides très fluides ont montré que $T_2 < T_1$ alors que la théorie prévoit que $T_2 = T_1$. Les hypothèses faites pour démontrer l'égalité des temps de relaxation longitudinale T_1 et transversale T_2 sont essentiellement que le liquide est isotrope et que

$$\omega_0 \tau_c \ll 1 \tag{1}$$

où $\omega_0 = \gamma H_0$ est la fréquence de résonance des spins dans le champ H_0 et τ_c le temps de corrélation relatif aux mouvements des molécules dans le liquide. La relation $T_2 < T_1$ pourra donc être expliquée soit :

a) en invoquant l'intervention d'un processus « lent » dont le temps de corrélation ne satisfait pas à (1). De tels processus existent effectivement, en particulier dans les électrolytes et les solutions dont le pH est différent de zéro ;

b) en tenant compte de l'existence d'anisotropies locales souvent présentes dans les liquides très fluides. Nous explicitons ici les effets de ces anisotropies.

Considérons donc, dans un liquide très fluide où (1) est vérifié et où tous les spins sont supposés identiques, un spin particulier j repéré par son rayon vecteur $\boldsymbol{R}_j$ relativement à une origine arbitraire. Soit $f(\boldsymbol{r}, \boldsymbol{R}_j)\, d\boldsymbol{r}$ le nombre de spins k du liquide dont le rayon vecteur $\boldsymbol{r}_{jk}$ est compris entre $\boldsymbol{r}$ et $\boldsymbol{r} + d\boldsymbol{r}$ relativement à j ($\boldsymbol{r}_{jk} = \boldsymbol{R}_k - \boldsymbol{R}_j$). On pourra écrire

$$f(\boldsymbol{r}, \boldsymbol{R}_j) = a_0(r, \boldsymbol{R}_j) + \sum_{l=1}^{\infty} \sum_m a_{lm}(r, \boldsymbol{R}_j)\, Y_{lm}(\theta, \varphi) \tag{2}$$

$Y_{lm}(\theta, \varphi)$ étant les harmoniques sphériques orthonormés. Le second terme à droite dans (2) traduit l'anisotropie de la distribution des spins k autour de j. Le champ magnétique local moyen produit en j par tous les spins $k \neq j$ du liquide ne sera pas nul, comme il l'est dans le cas de l'isotropie, et il en résulte un élargissement dipolaire de la raie de résonance nucléaire qui diminue la valeur de T_2, mais ne contribue pas à T_1. On aura approximativement

$$(1/T_2) = (1/T_1) + (<\Delta\omega^2>)^{1/2} \tag{3}$$

où $<\Delta\omega^2>$ est le second moment caractérisant cet élargissement.

Nous supposerons que

$$(D\omega_0^{-1})^{1/2} \frac{1}{a(r, \boldsymbol{R})} \left| \frac{\partial \boldsymbol{a}(r, \boldsymbol{R})}{\partial \boldsymbol{R}} \right| \ll 1$$

pour tous les a apparaissant dans (2). D est le coefficient de self-diffusion relatif aux mouvements des molécules dans le liquide. On pourra alors calculer l'élargissement de la raie par la méthode des traces de Waller-Van Vleck : le second moment $< \Delta\omega^2 >$ est donné par

$$< \Delta\omega^2 > = -\frac{Tr\left(\overline{\mathcal{H}}\sum_k I_x^k - \sum_k I_x^k \overline{\mathcal{H}}\right)^2}{\hbar^2\, Tr\left(\sum_k I_x^k\right)^2} - \omega_0^2$$

où $\overline{\mathcal{H}}$ est l'hamiltonien dipolaire « moyen » :

$$\overline{\mathcal{H}} = -\gamma\hbar H_0 \sum_k I_z^k + \sum_{j,k} \frac{\gamma^2\hbar^2}{2\sqrt{20\pi}} \frac{1}{r_{jk}^3} \frac{a_{20}(r_{jk})}{a_0(r_{jk})} (3 I_z^j I_z^k - \boldsymbol{I}^j \boldsymbol{I}^k).$$

On trouve que

$$< \Delta\omega^2 > = \frac{3}{5} I(I+1) \frac{n}{N} \gamma^4 \hbar^2 \int_V \mathrm{d}\boldsymbol{R} \int_0^\infty \mathrm{d}r \frac{(a_{20}(r, \boldsymbol{R}))^2}{a_0(r, \boldsymbol{R})\, r^4} \qquad (4)$$

n = nombre de spins par cm³, $N = nV$ = nombre total de spins dans le liquide de volume V.

Les causes d'anisotropie locale sont multiples. Nous en examinons quelques-unes.

1. *Les molécules du liquide sont polaires.* — L'interaction $\varphi(\boldsymbol{r}_{\alpha\beta})$ de deux molécules α et β est approximativement

$$\begin{cases} \varphi(\boldsymbol{r}_{\alpha\beta}) = \dfrac{1}{r_{\alpha\beta}^3}\left[\boldsymbol{p}_\alpha \boldsymbol{p}_\beta - \dfrac{3(\boldsymbol{p}_\alpha \boldsymbol{r}_{\alpha\beta})(\boldsymbol{p}_\beta \boldsymbol{r}_{\alpha\beta})}{r_{\alpha\beta}^2}\right], & r_{\alpha\beta} > \sigma \\ \quad = \infty & r_{\alpha\beta} < \sigma \end{cases}$$

$\boldsymbol{p}_\alpha$ = moment dipolaire électrique de la molécule α. Nous prenons, en l'absence de données plus précises

$$\begin{cases} f(\boldsymbol{r}, \boldsymbol{R}) = n\, \mathrm{e}^{-\varphi(\mathrm{r})/kT} & r > \sigma \\ \quad = 0 & r < \sigma \end{cases} \qquad (5)$$

ce qui constitue une approximation assez grossière. Il vient

$$< \Delta\omega^2 > = \lambda I(I+1)\, n\, \gamma^4 \hbar^2 \left(\frac{p^2}{\sigma^3 kT}\right)^2 \frac{1}{\sigma^3} \qquad (6)$$

λ = nombre inférieur à l'unité, $p = |\boldsymbol{p}_\alpha|$. On voit que l'élargissement de la raie peut être de l'ordre de $1/T_1$.

De plus, du fait de (5), il est possible que les rotations du dipôle dans le liquide ne soient pas isotropes ; les interactions intramoléculaires (entre spins appartenant à la même molécule) pourraient alors également contribuer à $< \Delta\omega^2 >$ ((6) ne représente que la contribution des interactions intermoléculaires).

2. *Les effets de surface.* — La distribution des spins autour d'un spin donné situé au voisinage de la surface du liquide n'est pas isotrope. Cette anisotropie est due à la présence même de la surface (effet géométrique) et aux modifications qu'entraîne la présence de la surface dans la distribution et le mouvement des molécules (effet cinétique). C'est sans doute cet effet cinétique qui contribue le plus à l'anisotropie. L'élargissement dipolaire correspondant est d'autant plus important que le rapport S/V de la surface S du liquide à son volume V est plus grand, il est particulièrement net dans le cas d'un liquide adsorbé ou « étalé » en couche mince sur une surface.

Supposons que l'anisotropie soit sensible jusqu'à une distance l de la surface du liquide, comptée normalement à cette surface (l'anisotropie affecte donc un volume Sl de liquide). On trouve

$$< \Delta\omega^2 > = \frac{3}{5} I(I+1) \gamma^4 \hbar^2 \frac{Sl}{V} \int_\sigma^\infty \mathrm{d}r \frac{(a_{20}(r))^2}{a_0(r)\, r^4},$$

$$[(Sl/V) < 1] \qquad (7)$$

où $a_{20}(\mathrm{r})$ et $a_0(\mathrm{r})$ désignent des « valeurs moyennes » de $a_{20}(r, \boldsymbol{R})$ et $a_0(r, \boldsymbol{R})$. σ est la distance minima entre deux molécules. On voit donc que lorsque $Sl/V \ll 1$, le second moment $< \Delta\omega^2 >$ est proportionnel à S/V.

Ces considérations constituent peut-être une explication d'observations récentes de Solomon [1]. Il est cependant possible que (1) ne soit pas vérifié au voisinage immédiat de la surface, dans un petit volume Sl'. Si l' est de l'ordre de l, (7) n'est plus valable. La relation (7) ne vaut que pour $l' \ll l$.

3. *La présence d'ions paramagnétiques.* — La répartition des ions paramagnétiques n'est pas isotrope au voisinage de la surface du liquide (effets géométrique et cinétique). Soit $g(\boldsymbol{r}, \boldsymbol{R}_j)\,\mathrm{d}\boldsymbol{r}$ le nombre d'ions paramagnétiques, de spin S, dont le rayon vecteur relativement au spin nucléaire j est compris entre $\boldsymbol{r}$ et $\boldsymbol{r} + \mathrm{d}\boldsymbol{r}$,

$$g(\boldsymbol{r}, \boldsymbol{R}_j) = b_0(r, \boldsymbol{R}_j) + \sum_{l=1}^{\infty} \sum_m b_{lm}(r, \boldsymbol{R}_j)\, Y_{lm}(\theta, \varphi).$$

On trouve

$$< \Delta\omega^2 > = \mathrm{O}(1)\, S(S+1) \frac{\beta^2\gamma^2}{V} \int_V \mathrm{d}\boldsymbol{R} \int_0^\infty \mathrm{d}r \frac{(b_{20}(r, \boldsymbol{R}))^2}{b_0(r, \boldsymbol{R})\, r^4}$$

β = magnéton de Bohr, O(1) = facteur de l'ordre de l'unité.

Lettre reçue le 6 novembre 1959.

BIBLIOGRAPHIE

[1] Solomon (I.), *J. Physique Rad.*, 1959, **20**, 768.

REMARQUES SUR L'ACTION D'UN RAYONNEMENT α SUR CERTAINS ÉLÉMENTS TELS QUE L'HYDROGÈNE, LE CARBONE, L'AZOTE ET L'OXYGÈNE.

Par Marie Ader,

Laboratoire de Physique Atomique, Collège de France.

On envisage l'action du rayonnement α du polonium de 5,2 MeV et d'un faisceau de rayons α de 10 MeV environ (1), sur l'hydrogène, le carbone, l'azote et l'oxygène, éléments entrant dans la composition de l'air et du polystyrène utilisé dans ce travail. Les

(1) L'exposition a été faite au cyclotron de la Faculté des Sciences à Orsay, avec l'accord bienveillant de M. Teillac et la complaisance de M. Vivargent.

réactions de ces deux rayonnements α, l'énergie et le parcours dans l'émulsion photographique du proton éventuellement émis dans ces réactions, sont groupés dans le tableau suivant.

TABLEAU

Éléments	Réactions	Énergie et parcours maxima dans l'émulsion photographique du proton émis — avec un rayonnement α de 5,2 MeV — E_p (MeV)	avec un rayonnement α de 5,2 MeV — parcours (μ)	avec un rayonnement α de 10 MeV — E_p (MeV)	avec un rayonnement α de 10 MeV — parcours (μ)
$^{1}_{1}H$	Les rayons α projettent des protons dans une substance hydrogénée	3,3 ~	88 ~	6,6 ~	275 ~
$^{14}_{7}N$	$^{14}_{7}N + ^{4}_{2}He \rightarrow ^{1}_{1}H + ^{17}_{8}O + Q$	4,1 —	100 —	8,9 —	460 —
$^{12}_{6}C$	$^{12}_{6}C + ^{4}_{2}He \rightarrow ^{1}_{1}H + ^{15}_{7}N + Q$	0,316 —	4 —	5,13 —	180 —
$^{16}_{8}O$	$^{16}_{8}O + ^{4}_{2}He \rightarrow ^{1}_{1}H + ^{19}_{9}F + Q$	à cette énergie la réaction n'a pas lieu		1,87 —	40 —

Travail expérimental. — Dans une première série d'expériences, on utilise une source de polonium, un écran « double » constitué par une feuille d'argent capable d'arrêter les rayons α du polonium et une feuille de polystyrène, appliquée contre la feuille d'argent, et des plaques photographiques Ilford C_2 qui reçoivent le rayonnement en incidence rasante. Les épaisseurs des écrans et de la couche d'air traversés par ce rayonnement sont calculées de telle façon que le premier groupe du rayonnement propre de la source [1] n'atteigne pas l'émulsion photographique. Les protons projetés dans une substance hydrogénée et les protons de transmutations de l'azote rentrent également dans ce premier groupe.

Lorsque l'écran est en position I, lame d'argent contre la source, les rayons α n'ont aucune action sur l'argent, ils sont arrêtés par la feuille d'argent et le polystyrène situé tout contre n'a qu'un rôle ralentisseur. On recueille alors sur la plaque photographique le rayonnement propre de la source, ralenti par la traversée des écrans et de l'air.

Lorsque l'écran est en position II, polystyrène contre la source, les rayons α interagissent avec les éléments du polystyrène et les particules émises, jointes au rayonnement propre de la source, sont ralenties comme dans la première position de l'écran, puis viennent impressionner la plaque sensible.

La durée des expositions, la géométrie de l'ensemble sont les mêmes dans les deux expériences, seules les deux faces de l'écran sont interverties. Le nombre et le parcours des traces mesurés dans les mêmes conditions d'observation sur les deux séries d'expériences, ont donné des résultats identiques correspondant aux groupes 2 et 3 du rayonnement propre de la source.

Le supplément d'éléments tels que H, C, N, O, présents dans la feuille de polystyrène n'a pas fait apparaître de traces nouvelles dans les groupes 2 et 3. Il semble donc évident que ces groupes 2 et 3 ne proviennent pas de l'hydrogène, du carbone, de l'azote et de l'oxygène ambiants.

Une deuxième série d'expositions de plaques Ilford C_2 a été faite à un faisceau de rayons α de 10 MeV environ. Un écran d'or de 30 μ arrête complètement le rayonnement α incident.

Deux plaques photographiques A et B, superposées reçoivent le rayonnement issu du faisceau, en incidence presque rasante. La plaque A présente sa face émulsion au faisceau, tandis que l'émulsion de la plaque B est entièrement recouverte par la plaque A.

Un groupe identique de plaques, groupe témoin, a été placé tout près du premier mais en dehors du faisceau.

Un essai sans faisceau a été réalisé dans les mêmes conditions afin de contrôler le rayonnement propre à l'appareillage et au milieu ambiant.

Toutes les plaques ont été développées ensemble et on a pu faire les remarques suivantes :

— L'essai du rayonnement propre a donné un résultat nul.

— De même, les plaques témoins et la plaque B n'ont présenté aucune trace de rayonnement ; elles devaient servir à vérifier si, en même temps que le faisceau de rayons α, il n'y avait pas émission de neutrons.

— La plaque A au contraire a enregistré des traces de protons dont la majeure partie a un parcours supérieur à 200 μ dans l'émulsion photographique. Ces traces, parallèles entre-elles, pénètrent dans l'émulsion dès la surface et dans la direction du faisceau incident.

Une amélioration du vide et du dégazage a entraîné une diminution sensible du nombre de protons de la plaque A, les autres résultats restant inchangés.

Ces protons proviennent donc, selon toute évidence, de l'action des rayons α de 10 MeV du faisceau sur l'air occlus dans les écrans et sur l'air résiduel. La difficulté d'éliminer complètement cet air résiduel n'a pas permis d'observer si une source de rayons α, autre que les radioéléments, émet des particules de parcours anormalement long [2].

Lettre reçue le 9 novembre 1959.

BIBLIOGRAPHIE

[1] Ader (M.), Extrait des *Annales de Physique*, 1957, **2**, 611.

[2] Travail expérimental en collaboration avec Marie-Paule Cabannes.

Le Gérant : Maurice Blondin. — Dépôt légal : 4e trim. 1959. — Imp. Taffin-Lefort à Lille (France).